COMPENDIO DI ARITMETICA PRATICA SECONDO IL NUOVO SISTEMA...

Ferdinando Retali

COMPENDIO

DI ARITMETICA PRATICA

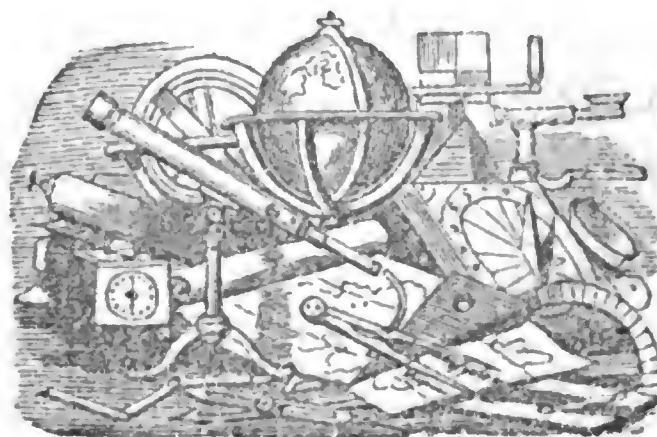
SECONDO IL NUOVO SISTEMA

DECIMALE O METRICO

ARRICCHITO DI OLTRE 100 ESERCIZI O PROBLEMI,
E DI NON POCHE TAVOLE CHE DETERMINANO IL VALORE
DELLE MONETE, DEI PESI, E DELLE MISURE TOSCANE,
PER USO DELLE SCUOLE, DEI COMMERCIANTI, DEGLI OPERAI EC.

OPERETTA

DI FERDINANDO RETALI

Direttore d'un Istituto Scientifico Letterario e Commerciale
autore della Vera Aritmetica mercantile
del Manuale del Commerciante ec. ec.

LIVORNO

TIP. LA FENICE DI G. MEUCCI

1859

INTRODUZIONE

1. L'Aritmetica è la scienza dei numeri, e le sue parti sono quattro cioè; la *somma* o *addizione*, la *sottrazione*, la *moltiplicazione*, e la *divisione*.

2. *Numero* è quello che esprime quante unità o parti dell' unità vi siano in una quantità.

3. L' *unità* è quella che serve come termine di comparazione, allorquando si tratta di contare, o designare quante unità vi siano in una quantità

Esempi. *Cinque lire nuove, trenta metri, sei chilogrammi, undici ore,* la lira nuova, il metro, il chilogrammo, l' ora, sono unità.

4. Si dice *quantità* tutto quanto è suscettibile d' aumentare o diminuire: la *estensione*, la *durata del tempo*, il *peso*, sono *quantità*.

5. Il *calcolo* è l'arte di scrivere i numeri, aumentarli, diminuirli, e combinarli gli uni con gli altri col mezzo di certe operazioni aritmetiche.

6. Il calcolo si limita alla pratica delle operazioni, l' Aritmetica riunisce la teoria alla pratica.

7. L' addizione, la sottrazione, la moltiplicazione, e la divisione sono le operazioni fondamentali dell' Aritmetica, perciocchè tutte le altre, anche le più complicate, non sono altro che la combinazione di quelle.

8. L' *addizione* e la *moltiplicazione* servono ad aumentare i numeri; la *sottrazione* e la *divisione* servono a diminuirli.

9. Si dice *problema* qualunque proposizione che contenga una questione da risolversi.

10. La risoluzione d'un problema comprende due cose: la *soluzione*, e il *calcolo*. La prima indica le operazioni da farsi per adempiere tutte le condizioni del problema; il calcolo, poi non è altro che la esecuzione delle operazioni indicate dalla soluzione.

SPIEGAZIONE

DEI SEGNI E DELLE ABBREVIAZIONI

$+$ *Più*. Si adopra per l' addizione.
$-$ *Meno*. Si adopra per la sottrazione.
$\times$ *Moltiplicato per*. Si adopra per la moltiplicazione.
$\cdot$ *Moltiplicato per*. Si adopra per la moltiplicazione.
: *Diviso per*. Si adopra per la divisione.
$=$ *Eguale a*. Segno destinato all' eguaglianza.
: *Sta*. Si adopra nelle proporzioni, e si scrive sempre fra i due primi e fra i due ultimi termini.
:: *Come*. Si adopra pure nelle proporzioni, e sta sempre in mezzo ai due rapporti.

F. o **fr.** *Franco*. Moneta Francese corrispondente alla *Lira nuova* o *Lira italiana*.
Ln. *Lira nuova* o *italiana*.
c. o **cent.** *Centesimi*.
m. *Metro*.
chil. *Chilòmetro*, o anche *Chilogrammo*.
ect. *Ectogrammo, ectòlitro*, ed anche *ectaro*.
gr. *Grammo*.
p. % *Per cento*.
x. *Termine incognito*.
R. *Risposta*.

11. Nome e valore dei numeri

	Arabi	*Romani*
Uno	1	I
Due	2	II
Tre	3	III
Quattro	4	IV
Cinque	5	V
Sei	6	VI
Sette	7	VII
Otto	8	VIII
Nove	9	IX
Dieci	10	X
Undici	11	XI
Dodici	12	XII
Tredici	13	XIII
Quattordici	14	XIV
Quindici	15	XV
Sedici	16	XVI
Diciassette	17	XVII
Diciotto	18	XVIII
Diciannove	19	XIX
Venti	20	XX
Trenta	30	XXX
Quaranta	40	XL
Cinquanta	50	L
Sessanta	60	LX
Settanta	70	LXX
Ottanta	80	LXXX
Novanta	90	XC
Cento	100	C
Duecento	200	CC
Trecento	300	CCC
Quattrocento	400	CCCC
Cinquecento	500	D
Seicento	600	DC
Settecento	700	DCC
Ottocento	800	DCCC
Novecento	900	CM
Mille	1000	M
Mille e Cento	1100	MC
Mille e Cinquecento	1500	MD

DELLA NUMERAZIONE

12. Numerare, vuol dire esprimere il valore o la quantità di qualunque numero, o somma, sia con parole o per iscritto.

13. La *Numerazione parlata* insegna a enunciare tutti i numeri con una piccola quantità di parole, dette *nomi dei numeri*, e sono: uno, due, tre, quattro, cinque, sei, sette, otto, nove, dieci, undici, dodici, tredici, quattordici, quindici, sedici, venti, trenta, quaranta, cinquanta, ... cento, mille, milione, trilione, ec.

14. La *Numerazione scritta*, imsegna a rappresentare tutti i numeri, con dieci cifre, cioè

1	2	3	4	5	6	7
Uno,	Due,	Tre,	Quattro,	Cinque,	Sei,	Sette,

8	9	0
Otto,	Nove,	Zero.

Numerazione

Parlata	*Scritta*
Quattro	4
Cinquantasette	57
Ottocento settantanove	879
Mille duecento tre	1203
Quarantaseimila Cinquecento settant'otto . . .	46578
Novecent'un mila seincento diciannove . .	901619
Otto milioni cinquecento quarantasette mila novecento ottantaquattro.	8547984
Venticinque milioni, Settecento quarantanove mila, ottocento novantanove.	25749899
Cento novantacinque milioni, trecento quarantaseimila, duecento settantadue . . .	195346272

ALTRO ESEMPIO DI NUMERAZIONE

du	cdu	cdu	cdu	cdu
95	548	736	093	438
trilioni,	bilioni,	milioni,	migliaia,	unità.

Questo numero si legge: *novantacinque trilioni, cinquecento quarant' otto bilioni*, *settecento trentasei milioni, novantatremila, quattrocento trent'otto* unità.

15. Le cifre hanno due valori: uno relativo, l'altro assoluto. Nel 548 il valore assoluto del 5 è cinque, il suo valore relativo è cinquecento; il valore assoluto del 4 è quattro, il suo valore relativo è quaranta, o quattro diecine; l'8 non ha che il suo valore assoluto perchè occupa il primo posto.

DECIMALI

16. Il metodo insegnato per leggere i unmeri interi si applica pure con molta facilità anche ai decimali, i quali si trovano sempre dopo l'ultima cifra unità degl'interi, dalla quale però vengono separate con una virgola, come si vede

5,6; 425,75; 84,325; 90,054; 6,005; ec.

Dopo aver letto gl'interi si leggono con la stessa regola i decimali, osservando di aggiungere in fine, secondo la quantità delle cifre di cui sono composti, una delle voci che seguono, cioè: Se il decimale è composto d'una cifra si aggiunge

	decimi,..... per es:	424,2
Se di due	*centesimi*	54,75

Se di tre	*millesimi*	7,455
Se di quattro	*diecimillesimi*	0,3545
Se di cinque	*centomillesimi*	23,23456
Se di sei	*milionesimi*	472,303785
Se di sette	*diecimilionesimi*	19,5704975
Se di otto	*centomilionesimi*	0,34567895

Molte volte il *decimale* non è unito a verun intero, come abbiamo veduto, ed in luogo di questo vi si trova allora uno *zero* che segue immediatamente la virgola, e che nella lettura deve tacersi. Così 0,55 vale *cinquantacinque centesimi*; 0,007 vale *sette millesimi*; 0,5 vale *cinque decimi*; 0,50 vale *cinquanta centesimi*; 0,0004578 vale *quattromila cinquecento settant' otto diecimilionesimi*.

17. Gli *zero* posti a diritta dei decimali non ne aumentano o diminuiscono il valore.

Per es: 0,5 = 0,50 = 0,500 = 0,50000 ec.

NUMERAZIONE DEI DECIMALI

Parlata	*Scritta*
Sette decimi.	0,7
Cinque centesimi	0,05
Nove millesimi	0,009
Quattro diecimillesimi.	0,0004
Quarantacinque centesimi	0,45
Settecento ventiquattro millesimi	0,724
Sei unità e settantacinque millesimi	6,075
Diciassette unità e cinquecentosette millesimi.	17,507
Settecento nove millesimi	0,709
Duecentotre unità e cinque decimi	203,5
Sette unità e sette centesimi.	7,07

Ottomila settecento cinquantaquattro diecimillesimi 0,8754
Nove unità e ottocento diciassette millesimi. . 9,817
Cento vent'otto millesimi. 0,128
Quarantacinque unità, e ventisette cent: . . 45,27
Tre unità e cinquecento due mila quarantacinque milionesimi 3,502.045
Settecento quarantasette diecimillesimi . . 0,0747
Quattro unità, e cinquecento millesimi . . . 4,500
Tremila otto unità, e cinque millesimi . . 3.008,005
Seimila cent'otto milionesimi 0,006.108
Mille otto unità e ottantacinque milles: . 1.008,085
Ventisei unità e settecento venticinque mila quindici milionesimi 26,725.015
Settanta mila ottocento venticinque unità, e quattro diecimillesimi 70.825,0004

SISTEMA METRICO

18. L'insieme dei pesi e misure che hanno per base il metro, si dice *sistema metrico*.

19. Il METRO, unità delle misure di lunghezza, è la diecimilionesima parte del quarto del meridiano terrestre.

20. L'ARA, unità delle misure agrarie, è un quadrato di dieci metri per ogni lato, o cento metri quadrati.

21. Lo STERO unità delle misure per le legna da ardere, corrisponde ad un metro cubo, cioè ad un metro in lunghezza, uno in larghezza, ed uno in grossezza o altezza o profondità.

22. Il LITRO, unità delle misure di capacità per i liquidi e le materie aride, è eguale ad un decimetro cubo.

23. Il GRAMMO o GRAMMA, unità delle misure di peso, corrispnnde al peso d'un centimetro cubo d'acqua pura.

24. La LIRA NUOVA O ITALIANA, unità di moneta, pesa

cinque gramme, ed è composta di nove decimi d'argento e di un decimo di rame.

25. Per indicare le misure di dieci in dieci volte più grandi, o di dieci in dieci volte più piccole dell'unità si adoprano le parole seguenti:

Multipli		Summultipli	
Miria che significa	diecimila	Deci. significa	decima parte
Chilo. . . .	mille	Centi. .	centesima parte
Ecto.	cento	Milli. .	millesima parte
Deca.	dieci		

UNITA'. Metro, Ara, Stero, Litro, Gramma, Lira nuova o italiana.

26. Queste sette parole messe innanzi alle sei parole che rappresentano le unità, bastano per esprimere tutte le misure, dalle più grandi alle più piccole.

27. Ciascheduna delle misure di peso e di capacità, ha il suo doppio e la sua metà.

QUADRO SINOTTICO

di tutte le misure del Sistema Metrico

NOMI	VALORE
MISURE DI LUNGHEZZA	
Miriàmetro	10000 metri
Chilòmetro	1000 metri
Ectòmetro	100 metri
Decàmetro	10 metri
METRO — circa Br. 1. 14. 5.	Unità fondamentale
Decimetro	10.a parte del metro
Centimetro	100.a parte del metro
Millimetro	1000.a parte del metro
MISURE AGRARIE	
Ectaro	100 are
ARA	100 metri
Centiara	1 metro quadrato
MISURE PER LE LEGNA	
Decastèro	10 steri
STERO	1 metro cubo
Decistèro	10.a parte dello stero
MISURE DI CAPACITA'	
Chilòlitro	1000 litri
Ectòlitro	100 litri
Decàlitro	10 litri
LITRO — circa 2 mezzette	1 decimetro cubo
Decilitro	10.a parte del litro
Centilitro	100.a parte del litro
MISURE DI PESO	
Miriagramma	10000 gramme
Chilogramma	1000 gramme
Ectogramma	100 gramme
Decagramma	10 gramme
GRAMMA — circa 1 denaro	Peso di un centim: cubo di acqua
Decigramma	10.a parte del gramma
Centigramma	100.a parte del gramma
Milligramma	1000.a parte del gramma
MONETE	
LIRA NUOVA — Lf. 1. 3. 9. $\frac{5}{7}$	Unità monetaria
Decimo	10.a parte della Ln.
Centesimo	100.a parte della Ln.

ADDIZIONE

28. L' *Addizione* è quella regola che insegna a riunire insieme più quantità della medesima specie e farne una sola, che si chiama *somma* o quoto.

29. *Per fare l' Addizione* si scrivono i numeri gli uni sotto gli altri, in modo che le unità siano sotto le unità, le diecine sotto le diecine, le centinaia sotto le centinaia ec. si traccia al disotto di essi una linea, e si comincia ad operare dalla parte destra di chi scrive, ovvero dalle ultime figure. Se i numeri sono semplici, cioè a dire se non oltrepassano il 9, la loro somma verrà data dalla tavola seguente, che farà d'uopo ben apprendersi a memoria, servendo non solo di base fondamentale a questa, ma ben anche a tutte le regole che seguono. Che se i numeri da sommarsi fossero composti, allora dopo di averli disposti gli uni sotto gli altri, si prenderà separatamente la somma d'ogni colonna, si scriverà al disotto le unità che proverranno dall'addizione, e si riterrà le diecine per portarle alla colonna seguente, meno che all'ultima sotto della quale si scriverà per intiero.

30. *L' Addizione dei numeri decimali* si fa come quella dei numeri intieri, ma fa d'uopo porre al totale la virgola sotto quelle che si trovano nei numeri da sommarsi, e che separano gl' interi dai decimali.

La *prova dell' Addizione*, si fà sommando dal basso in alto, se prima si è sommato dall' alto in basso, oppure come al problema 1 pag. 14.

TAVOLA PER IL SOMMARE

0	e	0	fa	0	1	e	2	fa	3	1	e	3	fa	4
1		1		2	2		2		4	2		3		5
2		1		3	3		2		5	3		3		6
3		1		4	4		2		6	4		3		7
4		1		5	5		2		7	5		3		8
5		1		6	6		2		8	6		3		9
6		1		7	7		2		9	7		3		10
7		1		8	8		2		10	8		3		11
8		1		9	9		2		11	9		3		12
9		1		10	10		2		12	10		3		13
1	e	4	fa	5	1	e	5	fa	6	1	e	6	fa	7
2		4		6	2		5		7	2		6		8
3		4		7	3		5		8	3		6		9
4		4		8	4		5		9	4		6		10
5		4		9	5		5		10	5		6		11
6		4		10	6		5		11	6		6		12
7		4		11	7		5		12	7		6		13
8		4		12	8		5		13	8		6		14
9		4		13	9		5		14	9		6		15
10		4		14	10		5		15	10		6		16
1	e	7	fa	8	1	e	8	fa	9	1	e	9	fa	10
2		7		9	2		8		10	2		9		11
3		7		10	3		8		11	3		9		12
4		7		11	4		8		12	4		9		13
5		7		12	5		8		13	5		9		14
6		7		13	6		8		14	6		9		15
7		7		14	7		8		15	7		9		16
8		7		15	8		8		16	8		9		17
9		7		16	9		8		17	9		9		18
10		7		17	10		8		18	10		9		19

Fsempi di Addizioni

d u	m c d u	c d m c d u	d u, d c	u, d c m
24	7.634	527.465	30,60	1,45
36	2.436	48	0,43	0,274
47	2.475	984	46,53	0,6
23	8.212	327	182,07	0,005
35	2.436	1.429	8,45	0,206
165	23.193	530.253	268,08	2,535

PROBLEMI SULL' ADDIZIONE

1. Un fanciullo ha mangiato 23 ciriege a colezione, 45 a desinare, e 65 nel corso del giorno: quante ne ha mangiate?

a colezione . . . ciriege 23
a desinare . . . . . » 45
nel corso del giorno » 65

Ne ha mangiate 133

Riprova

Somma delle diecine. . . 120
Somma delle unità. . . . 13

Somma Totale 133

D'onde si vede che le diecine delle somme d'ogni colonna sono trasportate a far parte di quelle che seguono.

2. Un tale ha pagato quattro pagherò; il primo era

di Ln. 345,50 — il secondo di Ln. 97,75 — il terzo di Ln. 136,48 — il quarto di Ln. 740. quanto ha sborsato in tutto?

Ln. 345,50 centesimi
» 97,75
» 136,48
» 740.

Ha sborsato Ln. 1319,73 centesimi

Riprova	Somma	delle	centinaia	1100,00
	»	»	diecine	200,00
	»	»	unità	18,00
	»	dei	decimi	1,60
	»	»	centesimi	0,13
	Somma Totale		Ln.	1319,73 cent:

3. Un commerciante deve le quattro somme seguenti: Ln. 632, Ln. 845, Ln. 370, Ln. 564: a quanto ascende il suo debito?

Risposta a Ln. 2411.

4. Tre colli di mercanzie pesano: il primo Chilogrammi 236, il secondo Chil. 325, il terzo Chil. 174: qual sarà il peso totale?

Risposta. Chilogrammi 735.

5. Qual'è la lunghezza di tre pezze di panno: l'una ha *metri* 36, e 25 centimetri — l'altra m. 28, e 50 centim. —, e l' ultima m. 42, e 75 centimetri?

Risposta. Metri 107,50 centimetri.

6. Quanto dovrà avere un operaio, che ha guadagnato il lunedì Ln. 2,75 — il martedì Ln. 3,25 — il mercoldì Ln. 5,10 — il giovedì Ln. 4,35 — il venerdì Ln. 3,75 — e il sabato Ln. 5,35?

Risposta. Ln. 24,55 centesimi

7. Si domanda quanti *litri* entreranno in quattro botti: la prima contiene 3 ectòlitri e 45 litri, la seconda 2 ectòlitri e 5 decalitri, la terza 4 ectòlitri 30 litri, e la quarta 2 ectol. e 5 litri.

Ectol. 3,45 litri
» 2,5 decàlitri
» 4,30
» 2,05 litri

Ectol. 12,30 litri, o, elidendo lo *zero*, Ectolitri 12, e 3 decàlitri.

8. Qual'è il peso dei sei oggetti seguenti: il primo pesa 4 chilogrammi e 25 decàgrammi, il secondo 16 chilog. 375 grammi, il terzo 6 chilogrammi, e 38 decag., il quarto 8 chilog. 6 decagrammi, il quinto 0 chilog.; e 705 grammi, il sesto 1 chilog. e 30 decagrammi?

Chilog. 4,25 decagrammi
» 16,375 grammi
» 6,38 decagrammi
» 8,06 decagrammi
» 0,705 grammi
» 1,30 decagrammi

Chilog. 37,070 gramme, o, elidendo lo *zero*, Chilogrammi 37, e 07 decagrammi.

SOTTRAZIONE.

31. Il *Sottrarre* consiste nel saper trovare la differenza fra due date quantità, ovvero nel sapere di quanto il numero maggiore eccede o supera il minore.

Il resultato ha nome *resto* o *differenza*.

TAVOLA PER IL SOTTRARRE

da	leva	resta	da	leva	resta
0	0	0	2	2	0
1	1	0	3	2	1
2	1	1	4	2	2
3	1	2	5	2	3
4	1	3	6	2	4
5	1	4	7	2	5
6	1	5	8	2	6
7	1	6	9	2	7
8	1	7	10	2	8
9	1	8	11	2	9

da	leva	resta	da	leva	resta
3	3	0	4	4	0
4	3	1	5	4	1
5	3	2	6	4	2
6	3	3	7	4	3
7	3	4	8	4	4
8	3	5	9	4	5
9	3	6	10	4	6
10	3	7	11	4	7
11	3	8	12	4	8
12	3	9	13	4	9

da	leva	resta	da	leva	resta
5	5	0	6	6	0
6	5	1	7	6	1
7	5	2	8	6	2
8	5	3	9	6	3
9	5	4	10	6	4
10	5	5	11	6	5
11	5	6	12	6	6
12	5	7	13	6	7
13	5	8	14	6	8
14	5	9	15	6	9

da	7	leva	7	resta	0	da	8	leva	8	resta	0
	8		7		1		9		8		1
	9		7		2		10		8		2
	10		7		3		11		8		3
	11		7		4		12		8		4
	12		7		5		13		8		5
	13		7		6		14		8		6
	14		7		7		15		8		7
	15		7		8		16		8		8
	16		7		9		17		8		9

da	9	leva	9	resta	0	da	10	leva	10	resta	0
	10		9		1		11		10		1
	11		9		2		12		10		2
	12		9		3		13		10		3
	13		9		4		14		10		4
	14		9		5		15		10		5
	15		9		6		16		10		6
	16		9		7		17		10		6
	17		9		8		18		10		8
	18		9		9		19		10		9

32. Per eseguire con facilità qualunque sottrazione è indispensabile sapere a memoria la tavola qui sopra riportata.

33. La Sottrazione è fondata su due principi: 1.° si ha la differenza di due numeri allorquando dal più grande si tolgono successivamente tutte le parti più piccole; 2.° aggiungendo a due numeri una stessa quantità, la loro differenza non cangerà giammai.

34. Per fare la sottrazione è d'uopo scrivere il numero minore sotto il maggiore, in modo che le unità siano sotto le unità, le diecine sotto le diecine, ec., e tracciare una linea al disotto dei numeri dati; quindi co-

minciare dalla parte destra e togliere ogni cifra inferiore da quella che le è posta al disopra, e scrivere il resto al disotto; quando non avanza nulla si pone un *zero*. Se la cifra inferiore è maggiore della cifra superiore che le corrisponde, bisogna aumentare quest' ultima di dieci, togliere la cifra inferiore dal numero così formato, e ritenere uno, per aggiungerlo alla cifra inferiore immediatamente a sinistra: i due numeri essendo aumentati di dieci, il resto non cangerà punto.

35. La *sottrazione dei numeri decimali* si fa come quella dei numeri interi; se vi sono più cifre decimali in un numero che in un altro, bisogna mettere alla destra di quello che ne ha meno tanti *zero* quanti ne occorrono, perchè le unità decimali siano della stessa specie nei due numeri, ed operare poi come nella sottrazione semplice; quindi separare con una virgola a destra del resto, tante cifre decimali quante ve ne sono in uno dei due numeri dati.

36. Si otterrà la prova della sottrazione aggiungendo la differenza al *minuendo*, che così ha nome la quantità minore; il totale deve essere eguale al *sottraendo*, o numero maggiore.

Esempi di Sottrazioni

	cdu	mcdu	mcdu	du, dc	u,dcm
	597	7265	7000	50,25	8,700
	462	3736	3894	30,75	6,895
Resto	135	3529	3106	19,50	1,805
Prova	597	7265	7000	50,25	8,700

Problemi sulla sottrazione

9. Dovendo ad un tale Ln. 960, e dandogliene a conto 530, di quanto resterei debitore?

Risposta. Di Ln. 430.

10. Un mercante di legna aveva 543 steri di legna da ardere, e ne vendè 456: quanti steri gliene restarono?

Risposta. Steri 87.

11. In una botte che contiene 240 litri, ce ne sono stati messi 164; quanti litri mancheranno per empirla?

Risposta. Litri 76.

12. Un operaio doveva fare 750 metri di lavoro, e ne fece soltanto 396; quanti metri gli restarono a fare?

Risposta. m. 354.

13. Un droghiere vendendo una partita di zucchero Ln. 870,50 cent. guadagna Ln. 187,75 cent.; quanto costava lo zucchero al droghiere?

Risposta Ln. 682,75 centesimi.

14. Un viaggiatore che deve percorrere 985 chilom. ne ha percorsi 378; quanti gliene restano ancora a percorrere?

Risposta. Chilometri 607

15. Quanto si sarà guadagnato in una casa che fu comprata per Ln. 45.890, e che poi fu venduta Ln. 50.500?

Risposta. Ln. 4610.

16. Si domanda quante *are* sono state lavorate in un campo di 835 are, se ne restano da lavorare tuttavia 648?

Risposta. Are 187.

17. Nel mese di Luglio vendei per la somma di Ln. 9859,50 — nel mese di Agosto vendei per Ln. 8756,75; qual' è la differenza della vendita di questi due mesi?

Risposta Ln. 1102,75 centesimi.

18. Una cassa vuota pesa 15 chilogrammi e 25 decagrammi, piena di mercanzia pesa chilog: 104, e 35 decagrammi: qual sarà il peso della mercanzia ?

Risposta. Chilog. 89,10 decagrammi.

19. Un appezzamento di terreno ha di superficie 8 ectari e 35 are, un altro ne ha 5 ectari, e 70 are; quant' è la differenza di superficie ?

Risposta. Ectari 2,65 are.

20. Dovevano farsi 534 metri di lavoro, e ne furono fatti 275,25 centim: quanti metri di lavoro restano a farsi ?

Risposta m. 258,75 centim.

MOLTIPLICAZIONE

37. La *moltiplicazione* è quell' operazione per la quale si ripete un numero chiamato *moltiplicando*, tante volte quante sono le unità in un altro numero detto *moltiplicatore*. Il resultato ha nome *prodotto*.

38. Il *moltiplicando* e il *moltiplicatore* si dicono pure *fattori del prodotto*: per es: moltiplicando 5 per 6 avremo 30, perchè 5 volte 6, o 6 volte 5 fa 30; ebbene, il 5 ed il 6 sono i fattori del prodotto 30.

39. La moltiplicazione serve: 1. a far conoscere il prodotto di due numeri; 2. a trovare il prezzo totale di più oggetti della stessa specie allorquando si conosce il prezzo d'uno solo; 3. a ridurre le unità di specie principali nelle loro parti, come per es: i giorni in ore, le ore in minuti, gli anni in mesi e giorni.

40. Per moltiplicare con facilità bisogna sapere a memoria la seguente tavola della moltiplicazione, che ho creduto bene spingere fino al 30, benchè oggi col nuovo sistema metrico sarebbero bastate le prime nove caselle.

TAVOLA DELLA MOLTIPLICAZIONE

1 via	1 fa	1
2	2	4
3	3	9
4	4	16
5	5	25
6	6	36
7	7	49
8	8	64
9	9	81
10	10	100
2	3	6
2	4	8
2	5	10
2	6	12
2	7	14
2	8	16
2	9	18
2	10	20
3	4	12
3	5	15
3	6	18
3	7	21
3	8	24
3	9	27
3	10	30
4	5	20
4	6	24
4	7	28
4	8	32
4	9	36
4	10	40
5	6	30
5	7	35
5	8	40
5	9	45
5	10	50
6	7	42
6	8	48
6	9	54
6	10	60
7	8	56
7	9	63
7	10	70
8	9	72
8	10	80
9	10	90
10	10	100
2	11	22
3	11	33
4	11	44
5	11	55
6	11	66
7	11	77
8	11	88
9	11	99
10	11	110
2	12	24
3	12	36
4	12	48
5	12	60
6	12	72
7	12	84
8	12	96
9	12	108
10	12	120
11	11	121
11	12	132
12	12	144
2	13	26
3	13	39
4	13	52
5	13	65
6	13	78
7	13	91
8	13	104
9	13	117
10	13	130
2	14	28
3	14	42
4	14	56
5	14	70
6	14	84
7	14	98
8	14	112
9	14	126
10	14	140

2	15	30
3	15	45
4	15	60
5	15	75
6	15	90
7	15	105
8	15	120
9	15	135
10	15	150
2	16	32
3	16	48
4	16	64
5	16	80
6	16	96
7	16	112
8	16	128
9	16	144
10	16	160
2	17	34
3	17	51
4	17	68
5	17	85
6	17	102
7	17	119
8	17	136
9	17	153
10	17	170
2	18	36
3	18	54
4	18	72
5	18	90
6	18	180
7	18	126
8	18	144
9	18	162
10	18	180
2	19	38
3	19	57
4	19	76
5	19	95
6	19	114
7	19	133
8	19	152
9	19	171
10	19	190
2	20	40
3	20	60
4	20	80
5	20	100
6	20	120
7	20	140
8	20	160
9	20	180
10	20	200
2	21	42
3	21	63
4	21	84
5	21	105
6	21	126
7	21	147
8	21	168
9	21	189
10	21	210
2	22	44
3	22	66
4	22	88
5	22	110
6	22	132
7	22	154
8	22	176
9	22	198
10	22	220
2	23	46
3	23	69
4	23	92
5	23	115
6	23	138
7	23	161
8	23	184
9	23	207
10	23	230
2	24	48
3	24	72
4	24	96
5	24	120
6	24	144
7	24	168
8	24	192
9	24	216
10	24	240
2	25	50
3	25	75
4	25	100
5	25	125
6	25	150
7	25	175
8	25	200
9	25	225
10	25	250

2	26	52
3	26	78
4	26	104
5	26	130
6	26	136
7	26	182
8	26	208
9	26	234
10	26	260
2	27	54
3	27	81
4	27	108
5	27	135
6	27	162
7	27	189
8	27	216
9	27	243
10	27	270
2	28	56
3	28	84
4	28	112
5	28	140
6	28	168
7	28	196
8	28	224
9	28	252
10	28	280
2	29	58
3	29	87
4	29	116
5	29	145
6	29	174
7	29	203
8	29	232
9	29	261
10	29	290
2	30	60
3	30	90
4	30	120
5	30	150
6	30	180
7	30	210
8	30	240
9	30	270
10	30	300

41. Dovendo moltiplicare un numero di più cifre per un numero d'una sola cifra, si scrive il moltiplicatore sotto le unità del moltiplicando, come si vede negli esempi che seguono; quindi cominciando dalla destra si prende successivamente ciascuna delle cifre del moltiplicando tante volte quante sono le unità contenute nella cifra del moltiplicatore, e si scrive per intiero ogni prodotto parziale, quando non supera 9, sotto la cifra che si moltiplica; se uno dei prodotti conterrà delle diecine, non si scriveranno che le unità e si riterranno le diecine per unirle al prodotto seguente. Il prodotto dell' ultima cifra del moltiplicando, si scrive tale quale si trova: se un prodotto parziale è un numero esatto di diecine, si scrive *zero* al prodotto e si ritengono le diecine.

Esempi

Moltiplicando .	243	5,487	6,789	80,457
Moltiplicatore .	2	4	6	8
Prodotto .	486	21,948	40,734	643,656

42. Per moltiplicare un numero di più cifre per un numero di più cifre, si moltiplicherà tutto il numero *moltiplicando* per ciascuna cifra del *moltiplicatore* osservando di collocare i prodotti parziali gli uni al disotto degli altri, ed avendo cura altresì di porre al posto delle diecine la prima cifra del prodotto delle diecine, nel posto delle centinaia la prima cifra del prodotto delle centinaia, e così di seguito; dopo aver tirato una linea sotto l' ultimo prodotto si fa l' addizione di tutti questi prodotti parziali, e la somma è il prodotto totale.

Esempio

Moltiplicando. . . .	7897	Fattori del prodotto
Moltiplicatore . . .	562	
Prodotto delle unità .	15794	
Prodotto delle diecine.	47382 .	
Prodotto delle centin.	39485 . .	
Prodotto totale. .	4438114	

43. Quando in una moltiplicazione s' incontrano alcuni *zero* si collocano al difuori come negli esempi che seguono.

30460	5000	45000
5003	75	76000
91380	25	270
152300...	35	315
152391380	375000	3420000000

44. La moltiplicazione dei decimali si fa come quella dei numeri intieri, senz' aver riguardo alla virgola; ma è necessario separare, con una virgola, sulla diritta del prodotto, tante cifre decimali quante ve ne sono nei fattori.

45. Se il prodotto non avesse tante cifre quanti sono i decimali da separarsi, si aggiungeranno alla sinistra del prodotto stesso tanti *zero* quanti ne abbisogneranno.

Esempi

Moltiplicando . . .	3,45	4,25	0,15
Moltiplicatore. . .	54	76,5	0,25
	13 80	2125	75
	172 5 .	2550 .	30 .
	186,30	2975 . .	0,0375
		325,125	

46. La prova della moltiplicazione è basata sul principio, che il prodotto non cangia mai qualunque sia l'ordine dei fattori. In fatti, tanto è dire 3×5, che 5×3 - il prodotto sarà sempre 15.

47. Cambiando l' ordine dei fattori si avrà dunque la prova d' una moltiplicazione; ma il miglior modo è

quello di prendere il doppio o il triplo del Moltiplicando, e la metà o il terzo del Moltiplicatore, e viceversa.

Esempi

Operazione		*Prova*		*altra Prova*
Moltiplicando	8 5,6	Moltiplicatore	7,24	171,2
Moltiplicatore	7,2 4	Moltiplicando	85,6	3,62
	3 4 2 4		4344	3 424
	17 1 2 .		3620 .	102 72 .
	599 2 . .		5792 . .	513 6 . .
	619,7 4 4		619,744	619,744

48. Volendo moltiplicare un numero per 10, per 100, per 1000 ec., basterà aggiungere alla destra del numero da moltiplicarsi tanti *zero* quanti ne sono alla destra dell'unità; ma se il numero sarà decimale allora bisognerà portare la virgola tante cifre a destra quanti sono gli *zero* che fanno seguito all'unità che moltiplica.

Esempi

$5\times10=50$; $5\times100=500$; $5\times1000=5000$
$3{,}4\times10=34$; $4{,}6\times100=460$; $3{,}4\times1000=3400$
$0{,}5\times10=5$; $0{,}5\times100=50$; $0{,}5\times1000=500$

Problemi sulla Moltiplicazione

21. Un anno è 365 giorni; 4 anni quanti giorni sono?

Risposta. 1460 Giorni.

22. Quanti metri misureranno 6 pezze di tela ciascuna di 49 metri e 50 centimetri?

Risposta. 297 metri.

23. Una *Lira nuova* pesa 5 gramme; qual sarà il peso di 975 *Lire nuove*?

Risposta. 4,875. Si legge 4 Chilog: e 875 gramme, o 4 chilog: 8 ectog: 7 decag: e 5 gramme.

24. Quanti litri saranno contenuti da 6 botti ciascuna di 245 litri?

Risposta. Litri 1470; o 14 ectòlitri, e 7 decàlitri; o 1 chilòlitro, e 470 litri; o 1 chilòlitro, 4 ectolitri, 7 decàlitri; o 147 decàlitri.

1	4	7	0
chilòl:	ectòl:	decàl:	litri

25. Qual sarà il peso di 6 casse ognuna di 175 chilogrammi e 59 decagrammi?

Rispostra. Chilog: 1 0 5 3,5 4 decagrammi.

5	3	5	4
miriag:	chilog:	ectog:	decag:

26. In una fabbrica di Manifatture, sono 54 operai ognuno dei quali guadagna Ln. 68,75 centesimi al mese; qual somma abbisognerà ogni mese per pagarli?

Risposta. Ln. 3712,50 cent.

27. Un lavoro è stato fatto in 34 giorni da 18 operai; quanti giorni vi avrebbe impiegato un solo operaio?

Risposta. Giorni 612, perchè $34 \times 18 = 612$.

28. Quanti litri saranno contenuti da 27 fusti ognuno dei quali contiene 235 litri, e 7 decilitri?

Risposta. Litri 6 3 6 3, 9 decilitri.

6	3	6	3	9
chilòlit:	ectòlitr:	decàlit:	litri	decilit:

29. Quanto costerà un pezzo di velluto di 36 m. se ogni metro costa Ln. 4,75 cent.?

Risposta Ln. 171.

30. Qual somma riceverà un coltivatore per aver venduto 32 ectòlitri, e 5 decàlitri di grano, a Ln. 18,25 cent. l' ectòlitro?

Risposta. Ln. 593, 125 milles:, o 12 cent.

31. Si domanda il prezzo di un campo di 4 ectari 75 are, e 60 centiare, a Ln. 2500 l' ectaro.

Risposta. Ln. 11890|0000

32. Si ricerca il prezzo di un pezzo di cotonina di 48 m. 50 centim. a Ln. 0,80 cent. il metro.

m. 48,50
0,80

Risposta Ln. 38,80|00

33. È calcolato, che un uomo per l'altro mangi 750 gramme di pane al giorno; quante ne mangerà in un anno?

Risposta. Chilogrammi 273,750 gramme, perchè si ha questo prodotto: Gramme 2 7 3 7 5 0

2	7	3	7	5	0
	miriag:	chilog:	ettog:	decag:	gramme

34. Quanto costeranno 14 steri, e 5 decastèri di legna da ardere, se ogni stero vale Ln. 16,75 cent.?

Risposta. Ln. 242,875 millesimi, o elidendo il 5 alla destra, Ln. 242,87 centesimi.

35. Un ectòlitro di carbone pesa 132 chilogrammi, e 9 ectogrammi: Quanti chilog. avrà a bordo un bastimento che ne ha caricati 2790 ectolitri?

```
          Ectolitri 2.790
          Chilog.   132,9  ectogrammi
          ----------------
                    25110
                    5580 .
                   8370 . .
                  2790 . . .
          ----------------
R. Chilog:  370.791,0
```

(ectog: chilog: miriag:)

36. Un ectòlitro di vino paga 20 Ln. e 35 c. di diritto d' introduzione in Livorno: quanto si pagherà per un fusto di 2 ectòlitri, e 45 litri?

Risposta. Ln. 49,85|75, o Ln. 49,85 c. elidendo 75 diecimillimetri.

DIVISIONE.

49. La divisione non è altro che cercare quante volte un numero detto *divisore* entra in un altro numero detto *dividendo*. Il risultato dell' operazione si chiama *quoziente*.

50. Per dividere con facilità è d' uopo sapere a memoria la seguente tavola.

TAVOLA DELLA DIVISIONE.

1	in	0	entra	0	avanza	0
1		1		1		0
1		2		2		0
1		3		3		0
1		4		4		0
1		5		5		0
1		6		6		0
1		7		7		0
1		8		8		0
1		9		9		0

2	in	1	entra	0	avanza	1
2		2		1		0
2		5		2		1
2		6		3		0
2		9		4		1
2		10		5		0
2		13		6		1
2		14		7		0
2		17		8		1
2		18		9		0

3	in	2	entra	0	avanza	2
3		3		1		0
3		7		2		1
3		11		3		2
3		12		4		0
3		16		5		1
3		20		6		2
3		21		7		0
3		25		8		1
3		29		9		2

4	in	3	entra	0	avanza	3
4		4		1		0
4		9		2		1
4		14		3		2
4		19		4		3
4		20		5		0
4		25		6		1
4		30		7		2
4		35		8		3
4		36		9		0

5	in	4	entra	0	avanza	4
5		5		1		0
5		11		2		1
5		17		3		2
5		23		4		3
5		29		5		4
5		30		6		0
5		36		7		1
5		42		8		2
5		48		9		3

6	in	5	entra	0	avanza	5
6		6		1		0
6		13		2		1
6		20		3		2
6		27		4		3
6		34		5		4
6		41		6		5
6		42		7		0
6		49		8		1
6		56		9		2

7	in 6	entra	0	avanza	6
7	7		1		0
7	15		2		1
7	23		3		2
7	31		4		3
7	39		5		4
7	47		6		5
7	55		7		6
7	56		8		0
7	64		9		1

8	in 7	entra	0	avanza	7
8	8		1		0
8	17		2		1
8	26		3		2
8	35		4		3
8	in 44	entra	5	avanza	4
8	53		6		5
8	62		7		6
8	71		8		7
8	72		9		0

9	in 8	enira	0	avanza	8
9	9		1		0
9	19		2		1
9	29		3		2
9	39		4		3
9	49		5		4
9	59		6		5
9	69		7		6
9	79		8		7
9	89		9		8

51. La *divisione* serve 1.° a trovare quante volte un numero contiene, o è contenuto nell' altro; 2.° a dividere un numero in tante parti eguali quante si vogliano; 3.° a trovare il prezzo d'un oggetto conoscendo il prezzo totale di più; 4.° a trovare quanti oggetti si avranno per una data somma, conoscendo il prezzo d'un oggetto; 5.° a ridurre un numero d'unità minori in unità maggiori, come per esempio, i minuti in ore, le ore in giorni, in mesi, ec.

52. Nella divisione dei numeri interi il più delle volte accade che il *dividendo* non è misurato esattamente dal *divisore*, e la divisione dà allora un avanzo che si troverebbe anche operando colle sottrazioni. Così se il 18 è misurato 6 volte dal 3, è indubitato che il 19, sarà pure misurato 6 volte ed avanzerà 1; il 20, 6 volte e avanzerà 2 ec.

Divisore	Dividendo
3	18
	quoz. 6

Questo avanzo si dice *resto della divisione*, e quando ha luogo, il *divisore* e il *dividendo* sono detti *primi* fra loro; mentre quando non vi è resto diconsi *non primi*, e il dividendo allora si chiama *multiplo del divisore*, e il divisore *summultiplo del dividendo*.

53. Dovendo dividere per 4 il numero 59436, si scriverà il *dividendo* 59.436 a destra del *divisore* 4, quindi cominciando l'operazione dirò: il 4 entra in 5

Divis:	Dividendo
4	59.436
Quoz.	14.859

una volta e avanza 1; scriverò 1 sotto il 5, e cangerò l'avanzo 1 in 10, che unirò al 9 formandone 19, e proseguirò dicendo: il 4 nel 19 entra 4 volte e avanza 3; il 4 nel 34 entra 8 volte e avaaza 2; il 4 nel 23 entra 5 volte e avanza 3; finalmente il 4 nel 36 entra 9 volte precise. Terminata così l'operazione è cosa facile il vedere che il 4 ha misurato 14.859 volte il 59.436.

Esempi di divisione per numeri d'una sola cifra

$9824 : 4 = 2456$; $255.047 : 7 = 36435.\frac{2}{7}$

Divisore	Dividendo	Divisore	Dividendo
4	9824	7	255.047.
Quoz:	2456	Quoz:	36 435. $\frac{2}{7}$

Osservazioni sulla divisione

54. Se il *divisore* fosse maggiore della prima cifra del *dividendo*, allora si prenderanno le prime due cifre e si dividerà il numero che esse compongono.

Divis.	Dividendo
7	67963
Quoz.	9709

55. Se in progresso dell'operazione s' incontrasse in qualche punto l'avanzo *zero,* allora si passerebbe immediatamente a misurare la prima cifra che segue, e se questa pure fosse più piccola del *divisore,* si segnerebbe uno *zero* in *quoziente,* e si unirebbe la cifra tutta intiera con la seguente, valutandola tante volte 10, quante fossero le unità da essa contenute. Così dovendo dividere per 7 il numero 67963, dirò: il 7 nel 67 entra 9 volte, e avanza 4, il 7 nel 49 entra 7 volte e avanza *zero*, il 7 nel 6 entra *zero* e avanza 6, segno il *zero* alla sinistra del 7 in *quoziente,* ed il 6 l'unisco al 3, che diviene 63, e dico: il 7 nel 63 entra 9 volte precise: così il *quoziente* della proposta divisione è 9709.

56. Se anche dall' ultima divisione si avesse un resto, allora questo si scriverà alla destra del *quoziente,* come si è veduto nel quarto esempio, e come si vede qui dicontro, e sotto di esso, colla frapposizione d'una linea, si scriverà il divisore.

Divis.	Dividendo
8	4571
Quoz.	571 $\frac{3}{8}$

57. Per fare una divisione che abbia il *divisore* di più cifre si scrive questo alla sinistra del *dividendo,* si traccia una linea orizzontale sotto il *divisore* stesso al disotto della quale si scrivono le cifre del quoziente a misura che si trovano. Quindi si prendono sulla sinistra del dividendo tante cifre quante ne abbisognano per contenere il *divisore*, questo numero di cifre si dice *primo dividendo parziale,* alla destra del quale si cerca quante volte la prima cifra del *divisore* è contenuta nella prima o nelle due prime cifre del *dividendo* parziale, e si scrive al *quoziente* la cifra che esprime questo numero di volte; si moltiplica il *divisore* per la cifra trovata del *quoziente,* e si deduce

il prodotto dal *dividendo parziale*, ciò che dà un primo resto, alla destra del quale si abbassa la cifra seguente del *dividendo*, ciò che forma un *secondo dividendo parziale;* si opera su questo nuovo *dividendo* come sul primo, e si continua nella guisa stessa fino a che tutte le cifre del *dividendo* siano state abbassate.

Esempi di divisioni per numeri di più cifre

575.805 : 69 = 8345

	Divisore		Dividendo
	69		575.805
Quoz:	8345	2.° divid. parziale . . .	23 8
		3.° divid. parziale. . . .	3 10
		4.° divid. parziale.	345
			00

3.576.984 : 4735 = 755 $\frac{2059}{4735}$

	Divisore		Dividendo
	4735		35769.84
Quoz:	755	2.° divid. parziale	2624 8
		3.° divid. parziale	257 34
		resto	20 59

58. La prova della divisione si fa moltiplicando il *quoziente* per il *divisore;* ed aggiungendo al prodotto il resto della divisione, se ve ne ha, questo prodotto deve essere eguale al *dividendo* se le operazioni sono ben fatte.

Esempio

256.740 : 84 = 3056 $\frac{36}{84}$

		OPERAZIONE	PROVA
D.re	84	D.do 256740	Quoz : 3056
Quoz :	3056	474	Divis : × 84
		540	12224
		resto 36	24448 .
			resto 36
		Prod. eguale al dividendo	256740

Osservazioni sulla divisione.

59. I. I *Prodotti* risultanti dalla moltiplicazione del *divisore* per ciascuna cifra del *quoziente*, dovranno sempre esser minori della quantità da cui si hanno da sottrarre; che se ve ne fosse alcuno maggiore ciò spiegherà che l' ultima cifra segnata in *quoziente* è troppo grande, e che conviene, per lo meno, diminuirla d'una unità, e rinnuovare il calcolo.

II. I *resti* dovranno esser sempre minori del *dividente*, diversamente vorrà significare, che l' ultima cifra scritta nel *quoziente* è troppo piccola, e sarà d'uopo accrescerla, per lo meno, d' una unità, e rinnuovare il *prodotto*.

III. Se il *resto* fosse tanto piccolo che non ostante l' aggiunta della cifra abbassata, restasse sempre inferiore al *dividente*, allora converrà scrivere *zero* nel quoziente, e quindi abbassata una nuova cifra, prose-

guire, al solito, l' operazione. Che se neppure la nuova cifra bastasse a costituire un numero maggiore del *Dividente*, se ne abbasserà un'altra scrivendo prima un secondo *zero* in *quoziente*, e così si proseguirà ad agire fino a tanto che non si giunga a formare un numero maggiore del *Divisore*. (Queste osservazioni riguardano specialmente il *Partire a danda*). Per es. Si ricerca il *quoziente* di 790758. diviso per 394.

	Divisore	Dividendo
	394	790758
		2758
quoz.	2007	000

IV. Se il *divisore* e il *dividendo* termineranno in *zeri*, se ne toglierà un numero eguale sì dall' uno che dall' altro, prima di cominciare la operazione, la quale riuscirà più breve, e non porterà alcun cambiamento nella *divisione*, conservando sì il *dividente* che il *dividendo* la medesima proporzione fra di loro. In fatti, si avranno due quozienti eguali tanto dividendo il 40 per 20, che il 4 per 2.

Divis.	Divid.	Divis.	Divid.
2|0....	4|0	2....	4
quoz. 2		quoz. 2	

V. Se il divisore solamente terminasse con uno, o più *zeri*, si separeranno allora nel *dividendo* altrettante cifre, le quali si serberanno per aggiungerle all' ultimo resto, allorchè si pone, nel modo indicato,

Divis.	Divid.	Divis.	Divid.
1|0...	54|7	4|0...	87|6
quoz. 54 $\frac{7}{10}$		quoz. 21 $\frac{36}{40}$	
Divis.	Divid.	Divis.	Divid.
1|00..	78|48	4|00.	9843|78
quoz. 78 $\frac{48}{100}$			2460 $\frac{378}{400}$

alla destra del *quoziente.* Poi si opera come se gli zero nel *divisore* non vi fossero.

VI. Nel quoziente non si scriverà mai più di 9, massima di tutte le cifre della nostra Aritmetica, che è decimale.

PARTIRE PER RIPIEGO

60. Nella divisione alcuna volta ha luogo un altro metodo facilissimo, quando però il *divisore* possa ripiegarsi o decomporsi in due o più parti. Lo esempio riportato qui dicontro basterà per farne comprendere la regola con esattezza.

	Divis.		Divid.
	36	......	139968
Ripieg.	4		34992
	via	Quoz.	3888
	9		

Quozienti valutati in decimali.

61. Quando il *dividendo* è più piccolo del *divisore,* si pone subito in *quoziente* uno *zero* seguito da una virgola per esprimere che esso non ha intieri; quindi si riduce il *dividendo* in decimi, in centesimi, in millesimi, ec., aggiungendo uno due tre *zero* alla sua diritta, e si divide nel modo stesso che abbiamo insegnato.

62. Se dopo avere abbassato tutte le cifre del *dividendo* vi fosse un resto, si ridurrà questo in *decimi* scrivendo uno *zero* alla sua destra, e si continuerà a dividere dopo aver posto una virgola in *quoziente*; se vi fosse un secondo resto, si aggiungerà un altro *zero* alla sua destra per ottenere dei *centesimi*, e si continuerà la divisione. In tal guisa si ottiene un'approssimazione grande quanto si vuole.

Esempi

$$2 : 8 = 0{,}25; \quad 282 : 8 = 35{,}25$$

8 2,00	8 282,00
quoz: 0,25	quoz: 35,25
Prova	*Prova*
0,25	35,25
×8	×8
2,00	282,00

63. Questa regola è quella stessa con la quale si trasformano le frazioni ordinarie in frazioni decimali.

64. Se il solo *divisore* fosse seguito da uno o più *zeri* si dividerà subito per la parte significativa del divisore stesso, quindi si separerà al *quoziente*, con una virgola, tante cifre decimali quanti saranno gli *zero* alla destra del numero dividente.

Esempio

$$8975 : 500 = 17{,}95; \quad 45.792 : 800 = 57{,}24$$

Dividere per 10, 100, 1.000, 10.000, ec.

65. Nella divisione di un numero per 10, per 100, per 1000, ec., vale a dire, per l'unità seguita da uno o più *zeri*, basta separare con una virgola, alla destra di quel numero, tante cifre decimali quanti sono gli *zero* che seguono l' unità; se il numero da dividersi fosse decimale, si porta la virgola verso la sinistra tante

cifre quanti sono gli zero che fanno seguito all'unità dividente; e se non ve ne fossero a sufficienza, allora si aggiungeranno alla sinistra del numero dividendo tanti zero quanti ne abbisognano. Basterà la sola ispezione oculare dei seguenti esempi, per avere un' idea esatta di quanto abbiamo asserito.

Esempi

5 : 10 = 0,5; 5 : 100 = 0,005;
5 : 1000 = 0,0005; 5 : 10000 = 0,00005;
4795 : 10 = 479,5; 7893 : 100 = 78,93;
9575 : 1000 = 9,575;
7,85 : 10 = 0,785; 7,85 : 100 = 0,0785;
7,85 : 1000 = 0,00785;
34.000 : 10 = 3400; 34.000 : 100 = 340;
34.000 : 1000 = 34; 34.000 : 1000 = 3,4.

Trasformazione che subisce il quoziente moltiplicando o dividendo il DIVIDENDO *e il* DIVISORE, *o uno dei due.*

66. Se si moltiplica o si divide il *dividendo* e il *divisore* per uno stesso numero, il *quoziente* sarà sempre lo stesso.

Esempio

36 : 9 = 4; 72 : 18 = 4; 12 : 3 = 4;

67. Se si moltiplica o si divide solamente il *dividendo* per un numero qualunque, il *quoziente* si trova moltiplicato o diviso per quello stesso numero.

Esempio

$$36 : 9 = 4;\ 72 : 9 = 8;\ 18 : 9 = 2$$

68. Moltiplicando per un numero qualunque solamente il *divisore,* viene a dividersi il *quoziente* per quello stesso numero; e se si divide il *divisore*, viene a moltiplicarsi il *quoziente,* che è quanto dire, che l'operazione subita dal divisore si riproduce sul *quoziente* in senso inverso.

Esempio

$$36 : 9 = 4;\ 36 : 18 = 2;\ 36 : 3 = 12$$

69. Il quoziente d'una divisione è sempre lo stesso quando si divide successivamente un numero per più numeri o che si divide per il prodotto di questi numeri.

Esempio

Sia 96 da dividersi per 2 per 3, e per 8:

$96 : 2 = 48 : 3 = 16 : 8 = 2$; come

$96 : 2 \times 3 \times 8 = 2$; come $96 : 48 = 2$

Divisione dei numeri decimali

70. La divisione dei decimali si fa come la divisione dei numeri intieri; ma presenta quattro casi.

1.° Se il *divisore* e il *dividendo* avranno un egual numero di cifre decimali, si sopprimerà la virgola nell'uno e nell'altro, e si farà la divisione come se si trattasse di numeri intieri.

Esempio. Un metro di stoffa costa Ln. 3,84; quanti metri se ne avranno per Ln. 188,16 ?

Siccome nel *dividendo* e nel divisore v' è un egual numero di decimali, la soppressione della virgola non fa altro che rendere l' uno e l' altro uno stesso numero di volte più grandi, il che punto altera il quoziente come può rendersi per es: manifesto esaminando qual sia il *quoziente* di 12 : 3, di 24 : 6 di 36 : 9, di 48 : 12, ec., che è costantemente 4.

```
     3,84       188,1.6
 -------------
Quoz: m. 49      34 5 6
                  0 0 0
```

2.° Se il dividendo solo ha dei decimali, si divide secondo la regola ordinaria; ma in questo caso si separano al quoziente, con una virgola, tante cifre decimali quante ve ne sono nel *dividendo.*

Esempio. Un ectòlitro di vino fu pagato Ln. 25; quanti ectòlitri se ne avranno con Ln. 796,75 c.

```
              25              79.6,75
      ----------------
Ectòlitri 31,87 decàlitri     4 6
                               2 1 7
                                 1 75
                                   00
```

3.° Se il *dividendo* avrà più decimali del *divisore*, si porterà alla destra del *dividendo* la virgola tante cifre quanti sono i decimali del *divisore,* e si adoprerà come nel caso precedente.

Esempio. Un metro di panno fu pagato Ln. 42,5 decimi; quanti metri se ne avranno con Ln. 905, e 25 centesimi ?

```
        42,5            9052.5
 -----------------
metri 21,3 decim:        552
                         1275
                          000
```

4.° Quando il *divisore* ha più decimali del *dividendo*, si aggiungono alla destra del dividendo stesso tanti *zero*, quanti ne occorrono per pareggiare le cifre decimali del *divisore;* quindi si opera come se fossero numeri interi.

Esempio. Con 5 Ln. e 75 c. si ebbe uno stero di legna da ardere; con Ln. 3837, quanti steri se ne avranno?

5,75	3887,00
Steri 676	437 0
	34 50
	0 00

Problemi sulla divisione

37. La Terra è distante dal Sole 153.624.000 chilòmetri; e la luce di questo astro impiega 8 minuti per giungere a noi: quanti chilom. percorre per minuto?

R. Chilòm: 19.203.000

38. Metri 34 di panno costano Ln. 350,75: quanto costa il metro.

R. Ln. 10,32 cent.

39. Quanti giorni sono compresi in 3120 ore?

R. Giorni 130.

40. La terra ha la circonferenza di 40.000 chilòmetri; un uomo che potesse camminar sempre in linea retta, e far 35 chilom. e 125 m. per giorno, quanti giorni impiegherebbe a fare il giro del globo?

R. Giorni 1138,79 c. circa di giorno.
pari a mesi 37,96 c. di mese àpprosssimat:
pari ad anni 3,16 c. di anno.

41. Se un Ectòlitro di granone costa Ln. 17,25 c; quanti Ectòlitri se ne avranno con Ln. 931,5 dec.?

R. Ectòlitri 54.

42. Se il Corallo greggio costa Ln. 19,3 decimi l' ectogrammo, con Ln. 329,55 c. quanti ectogrammi se ne avranno?

R. Ectogrammi 17,075 decigramme od anche Ectog: 17,07 gramme, e 5 decig:

43. Un vignaiuolo ha raccolto 108 ectòlitri, e 10 litri di vino; quante botti ne avrà raccolte ognuna di 235 litri?

R. Botti 46.

44. Si sono spese Ln. 1258,75 per 265 metri; quanto ragguaglia ogni metro?

R. Ln. 4,75 c.

45. Un fabbricante di zucchero ne ha spedito 3045 pani, che in tutto pesavano 12.941 chilog: e 25 decag: qual'è il peso medio d'un pane?

R. Chilog : 4,25 decagrammi,

46. Per trasportare 5718 metri, e 125 decimetri cubi sono abbisognati 1307 giorni; quanti ne sono stati trasportati in un giorno?

R. Metri 4,375.

47. A 7 centesimi ógni 25 centimetri di nastro; quanto costa il metro?

R. 0,28 cent: di Ln.

48. A 4 Ln. il Chilogrammo di caffè; quanto costa l' ectogrammo, il decagrammo, e il grammo?

R. { 0,4 decimi l' ectogrammo.
0,04 centesimi il decagrammo.
0,004 millesimi il grammo.

49. Quando il grano costa 18 Ln. l'ectòlitro, quanto varrà il decàlitro, e il litro?

R. { Ln. 1,80 il decàlitro.
Ln. 0,18 il litro.

50. Fu venduto un pezzo di terreno boschivo alla ragione di 140 Lire italiane il decastero, a quanto ragguaglia lo stero e il decistèro?

R. { Ln. 14 lo stero.
Ln. 1,40 il decistèro.

51. Un appezzamento di 15 ectari è stato venduto per 67.500 Lire, quanto verrà a costare l' ectaro, quanto l' ara, e quanto la centiara?

R. { Ln. 4500 l' ectaro
Ln. 45 l' ara
Ln. 0,45 il centiaro.

52. Quanti pezzi da 20 Ln., da 5 Ln., da 2 Ln., da 1 Ln., da 50 c., da 25 c., da 10 c., da 5 c., e da 1 c., si dovranno pagare per far 400 Ln. con ciascuna di queste monete?

R. {

20	pezzi	da	20 Ln.
80	»	da	5 »
200	»	da	2 »
400	»	da	1 »
800	»	da	0,50
1600	»	da	0,25
4000	»	da	0,10
8000	»	da	0,05
40000	»	da	0,01

DELLE FRAZIONI

Definizioni, e proprietà generali delle Frazioni.

71. Le frazioni altro non sono che parti dell' unità. Se concepiamo per esempio, una Lira divisa in 10 parti eguali, ognuna di queste parti sarà il *decimo* della Lira; e se di queste medesime parti se ne concepiscono 7, si avranno i 7 *decimi* della Lira ec.

72. Per rappresentare con cifre queste parti della unità, basta scrivere al di sopra d' una linea il numero delle parti che si prendono, e al di sotto il numero indicante in quante porzioni eguali fu divisa l' unità. In tal modo l' espressione $\frac{7}{10}$ si legge: *sette decimi;* l' espressione $\frac{5}{6}$ si legge: *cinque sesti* e vogliono signifificare che un tutto diviso in 10, o 6 parti, di queste non ne furono prese che 7, o 5. L' espressione $\frac{1}{2}$ si legge *un mezzo,* ed indica che un tutto diviso in 2 parti eguali, di queste non ne fu presa, che una sola, cioè una metà.

73. Dei due numeri o termini costituenti una frazione, quello posto sopra la linea chiamasi *numeratore*, e quello posto al di sotto dicesi *denominatore.* Così nelle frazioni $\frac{7}{10}$, $\frac{5}{6}$, il 7 ed il 5 sono i *numeratori*, il 10, ed il 6, i *denominatori.*

74. Moltiplicando o dividendo per un medesimo numero i due termini d' una frazione, questa non cangerà di valore, perchè conserverà sempre fra il *nume-*

ratore, e il *denominatore* la proporzione stessa. Sia per es. la frazione $\frac{1}{2}$ che io suppongo esprimere mezzo metro. Moltiplicando tanto il termine superiore che l'inferiore per 3 si avrà la frazione $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, inquantochè il rotto $\frac{3}{6}$ indica, che essendo stato diviso il metro in *sei* parti eguali, se ne sono prese 3, ciò che forma egualmente la metà del metro. Viceversa essendo data la frazione $\frac{3}{6}$, dividendo per 2 i termini che la compongono se ne ottiene il rotto $\frac{1}{2}$ corrispondente a $\frac{3}{6}$. Dunque è verissimo che moltiplicando, o dividendo per un medesimo numero tanto il *numeratore* che il *denominatore* di una frazione, questa non aumenterà, nè scemerà di valore.

75. Spesse volte nel calcolo delle frazioni si ottengono certe *espressioni frazionarie* aventi un *numeratore* maggiore del *denominatore*. In tal caso da queste *frazioni improprie* si estraggono le intere unità dividendone il *numeratore* per il *denominatore;* e se dopo operata la divisione vi sarà un avanzo, questo sarà il *numeratore* della *frazione propria* che dovrà accompagnare il *quoziente* intero trovato. Per esempio $\frac{11}{5}$ equivale a 2 $\frac{1}{5}$, cioè a 2 unità intere ed $\frac{1}{5}$. $\frac{17}{9}$ equivale a 1 $\frac{8}{9}$ ec.

76. Anche un intero accompagnato da una frazione può ridursi in una espressione frazionaria, mediante la moltiplicazione dell'*intero* col *denominatore* della frazione, aggiungendo al prodotto il *numeratore*, e la-

sciando alla somma lo stesso *denominatore*. Per esempio 3 $\frac{1}{7}$ si trasforma in $\frac{22}{7}$ ec.

Riduzione di due o più frazioni allo stesso denominatore.

77. Dovendosi ridurre due frazioni allo stesso *denominatore*, si moltiplicano i due termini della prima pel *denominatore* della seconda, e i due termini della seconda pel *denominatore* della prima. Sieno date, per esempio, le due frazioni seguenti $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{3}$.

Si moltiplicheranno per 3 i due termini della prima, e si avranno $\frac{9}{12}$. Si moltiplicheranno poi i due termini della seconda per 4, e si avrà $\frac{8}{12}$. Dunque le frazioni risultanti $\frac{9}{12}$, $\frac{8}{12}$, hanno il *denominatore* medesimo, ed hanno respettivamente il valore che prima avevano (V. n. 74).

78. Che se le frazioni di varia denominazione fossero più di due, dovendole ridurre ad un *denominatore comune*, si moltiplicheranno i due termini di ciascuna frazione pel prodotto dei *denominatori* di tutte le altre. Sieno per esempio date le tre frazioni $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{7}$.

Si moltiplicheranno i due termini della prima per 5 volte 7, ovvero per 35, e si avrà $\frac{35}{70}$. Si moltiplicheranno dipoi i due termini della seconda per 2 volte 7, ovvero per 14, e si avrà $\frac{42}{70}$. In fine si moltiplicheranno i due termini della terza per 2 volte 5, ovvero per 10, e si avrà $\frac{60}{70}$. Dunque alle tre frazioni proposte verranno sostituite queste: $\frac{35}{70}$, $\frac{42}{70}$, $\frac{60}{70}$.

Riduzione delle frazioni ordinarie in decimali

79. Per ridurre le frazioni ordinarie in decimali, bisogna aggiungere alla destra del numeratore tanti *zero* quanti decimali si vogliono ottenere, cioè, se si vogliono decimi si aggiunge uno *zero*, se si vogliono centesimi, due *zero*, millesimi tre *zero*, diecimillesimi quattro *zero*, e così di seguito. Quindi si divide il numeratore, così moltiplicato, per il denominatore, e si avrà cura di separare al quoziente tanti decimali quanti *zero* sono stati aggiunti.

Esempio 1.

$\frac{3}{4} = 3{,}00 : 4 = 0{,}75$ c.

Aggiungo due *zero* a destra del numeratore 3, divido 3,00 per 4, ottengo 75 per quoziente; separo due cifre al quoziente, ed ho 0,75.

Esempio 2.

$\frac{5}{8} = 5{,}000 : 8 = 0{,}625$ m.

Aggiungo tre *zero* a destra del numeratore 5, ho 5,000, che divido per il denominatore 8; separo 3 cifre al quoziente, ed ho 0,625 millesimi.

Riduzione dei decimali in frazioni ordinarie

80. Dovendo ridurre i decimali in frazioni ordinarie,

basta sopprimere lo *zero* che occupa il posto delle unità, e la virgola, e quindi dar loro per denominatore l' unità seguita da tanti *zero* quanti sono i decimali.

Esempi

$$0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}; \qquad 0,625 = \frac{625}{1000} = \frac{5}{8}$$

Sopprimo lo zero e la virgola dal 0,75, ed ho 75, al quale do per dominatore 100 : ho $\frac{75}{100}$ che hanno lo stesso valore di 0,75. Similmente ai 0,625 sostituisco $\frac{625}{1000}$ sopprimendone al solito lo zero e la virgola; quindi semplicizzando le frazioni come abbiamo insegnato a suo luogo, avremo 0,75 eguale $\frac{3}{4}$, e $0,625 = \frac{5}{8}$.

Ridurre
un rotto qualunque alla più semplice espressione

81. Abbiamo veduto come un rotto può rappresentarsi in una infinità di modi tutti fra loro diversi. Molte volte però, come nella riduzione di vari rotti al medesimo denominatore, torna comodo ridurre i più semplici in altri più composti; ed altrettante volte succede doversi trasformare e ridurre i più composti nei più semplici, e nella guisa, che moltiplicando per una data quantità i due termini della frazione, se ne ottiene il primo intento, così pure dividendoli per un medesimo numero se ne ottiene il secondo. Dunque l' espressione composta $\frac{13}{52}$ viene ridotta nell' altra più semplice $\frac{1}{4}$ di-

videndo tanto il *numeratore* che il *denominatore* per 13; come pure dividendo tanto il *numeratore* che il *denominatore* della frazione $\frac{9}{27}$ per 9, vien ridotta a $\frac{1}{3}$.

82. Però s' è possibile ridurre un rotto, qualunque egli sia, ad una più composta espressione, perchè è possibile ogni volta moltiplicarne i termini per una quanlunque quantità, non pertanto potrassi ridurre ad una più semplice denominazione, perciocchè non sempre i due termini hanno un fattore comune per cui possano dividersi. In quest'ultima ipotesi allora la frazione è *irreducibile*: e per distinguerlo a prima vista, ottimo mezzo e prontissimo sarebbe il poter decomporre i termini in tutti i loro fattori per conoscere se ve ne sieno o nò dei comuni ad ambedue. Ma perchè non avvi alcun metodo generale che possa condurre a questa decomposizione, crediamo opportuno dettare alcune regole particolari, le quali poste in pratica potranno essere di non lieve utilità.

1. Qualunque numero pari è divisibile per 2; quindi finchè i termini d' una frazione, saranno numeri pari potranno sempre ridursi alla loro metà: così il rotto $\frac{144}{480}$ può ridursi a $\frac{9}{30}$ dividendo quattro volte per 2; ed anche i $\frac{9}{30}$ dividendoli per 3 potranno ridursi a $\frac{3}{10}$.

2. Qualunque numero terminato da uno *zero*, è divisibile per 10; in tal guisa la frazione $\frac{50}{80}$ si riduce a $\frac{5}{8}$.

3. Tutti i numeri terminati da un 5 sono schisabili per 5; perciò $\frac{25}{95}$ si riduce a $\frac{5}{19}$; $\frac{130}{225}$ si riduce in $\frac{26}{45}$.

4 Tutti quei numeri espressi in guisa che la somma delle cifre loro sia un multiplo di 3, sono divisibili per 3; e pertanto $\frac{153}{297}$ si riduce a $\frac{51}{99}$ e poi a $\frac{17}{33}$. Di più se il numero divisibile per 3 sarà pari allora si potrà dividere per 6, come potrà anche dividersi per 9 se la somma delle sue cifre sarà multipla di 9.

5. Allorchè le due ultime cifre di un numero rotto sono divisibili per 4, quel numero si potrà dividere per 4: Così il rotto $\frac{592}{964}$ potrà ridursi in $\frac{148}{241}$ dopo di che egli è irreducibile: il rotto $\frac{8256}{12384}$ potrà ridursi a $\frac{2064}{3096}$ poi a $\frac{516}{774}$ poi a $\frac{172}{258}$ poi a $\frac{86}{129}$ e finalmente a $\frac{2}{3}$; donde $\frac{8256}{12384}=\frac{2}{3}$.

6. Quando le tre ultime cifre d'una frazione sono il multiplo di 8, quel numero sarà divisibile per 8. Così la frazione $\frac{888}{4320}=\frac{111}{540}$ e quindi eguale a $\frac{37}{180}$.

83. Avvi però un metodo generale per ridurre un rotto qualunque alla sua minima espressione, ed è quella di *dividere i suoi due termini per il loro più gran comune divisore.*

Ora dunque per trovare il più gran comune schisatore, o divisore possibile di un rotto qualunque si divida il *denominatore* per il *numeratore*: se la divisione risulta senza avanzo, il più piccolo numero sarà il più gran comune schisatore cercato; se dopo tal divisione vi sarà un resto, con questo converrà dividere il più piccolo numero dato, e se la divisione si opera senza un nuovo avanzo, il primo resto sarà il divisore che si cerca. Che se poi si trovasse un secondo resto, allora si dividerà il primo per un secondo, ed

operata la divisione senza avanzo, il secondo sarà allora il massimo comune divisore cercato. Dunque, *il resto che divide esattamente il precedente, è il più gran comune schisatore che si cerca*, Per esempio.

Riduciamo alla minima espressione il rotto $\frac{273}{882}$. Dividendo 882 per 273, avreme 63 per primo resto: dividendo 273 pel resto 63, avremo 21 per secondo resto; dividendo il primo resto 63 pel secondo 21, non avremo alcun avanzo. Dunque il 21, è il massimo comune schisatore di 882 e di 273: dividendo adesso tanto il numeratore che il denominatore della frazione $\frac{273}{882}$ per 21, avremo per minima espressione il rotto $\frac{13}{42} = \frac{273}{882}$.

Operazione

882	
273	3
63	4
21	3
0	

Riprendendo questa operazione è facil cosa il vedere: 1.° che il 21 è il comune divisore della proposta frazione $\frac{273}{882}$; 2.° che è il maggiore di tutti i comuni divisori. Siccome 21 divide 63, deve pur anche dividere $63 \times 4 = 252 + 21 = 273$. Ora se divide 273, deve evidentemente dividere $273 \times 3 = 819 + 63 = 882$; dunque 21 è il *comun divisore* della proposta frazione $\frac{273}{882}$ ed è pure il maggiore di tutti i comuni schisatori, perciocchè qualunque altro numero che dividesse 273 e 882, dovrebbe ancora dividere il primo resto 63, ed il secondo 21: ma un numero che sia maggiore di 21, non può in verun modo dividere esattamente il 21 stesso.

Addizione delle frazioni

84. Per addizionare più frazioni fa d' uopo prima di ogni altra cosa ridurle allo stesso *denominatore*, se non lo sono (V. n. 77, 78). Quindi si addizionano i soli *numeratori* dando alla somma il *comune denominatore*. Per esempio: quale sarà la somma di $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$? Operando come s'insegnò al numero precedente si trasformeranno nelle seguenti: $\frac{40}{60}$, $\frac{45}{60}$, $\frac{48}{60}$. La somma dei numeratori di queste tre frazioni è 133. Dunque la somma delle tre frazioni proposte sarà $\frac{133}{60}=2.\ \frac{13}{60}$ (V. n. 75).

Sottrazione delle Frazioni.

85. Se le frazioni da sottrarsi hanno uno stesso *denominatore*, si deduce il *numeratore* della *minuenda* dal *numeratore* della *sottraenda*, e si dà al resto il *denominatore comune*. Ma se avranno diverso *denominatore*, si dovranno prima ridurre ad un *denomiminatore comune*, e quindi farne la sottrazione, come si disse.

Esempio I. Da $\frac{4}{5}$ di metro vogliamo togliere o dedurre $\frac{2}{3}$ di metro.

Ridotte le due frazioni $\frac{4}{5}$ e $\frac{2}{3}$ allo stesso *denominatore*, si trasformeranno nelle due seguenti $\frac{12}{15}$, $\frac{10}{15}$. Deducendo la seconda dalla prima, secondo la regola data, il resto sarà $\frac{2}{15}$ di metro.

Esempio II. Da metri 7 $\frac{1}{2}$ dedurre metri 3 $\frac{5}{6}$.

Riducendo le frazioni $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$ allo stesso *denominatore*, si trasformeranno nelle seguenti $\frac{6}{12}$, $\frac{10}{12}$; e si vede che la seconda non può dedursi dalla prima. In tal caso fa d' uopo prendere dal 7 un' unità, che vale $\frac{12}{12}$; ed unendola alla frazione troppo piccola $\frac{6}{12}$ risultano $\frac{18}{12}$, da cui sottraendo $\frac{10}{12}$ restano $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$. Passando poi agl' interi si dirà: da 6 togliere 3 resta 3. Dunque da metri 7 $\frac{1}{2}$ toglierne 3 $\frac{5}{6}$ il *resto* o *avanzo* è metri 3 e $\frac{2}{3}$ di metro.

Moltiplicazione delle Frazioni

86. A parlare propriamente, moltiplicare per una frazione una data quantità, non vuol dir altro, che prendere su questa quantità quella parte che indica il *rotto moltiplicatore.* In fatti moltiplicare un numero per $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, ec. non vuol dir altro che prendere la metà, i due terzi, i tre quinti ecc. di quel numero.

87. Il *moltiplicatore* d' una frazione può essere o un numero intero, o un numero frazionario.

88. Regola I.ª Dovendo moltiplicare un numero intero per una frazione, o una frazione per un numero intero, si moltiplica l'intero pel *numeratore* della frazione, e si lascia al *prodotto* lo stesso denominatore.

Esempio I. Si domanda il prezzo di $\frac{3}{4}$ di metro di panno a ragione di Ln. 18 il metro.

Si prendono i $\frac{3}{4}$ delle Ln. 18: ossivvero si moltiplicano per $\frac{3}{4}$ le Ln. 18. Operando come abbiamo detto, otterremo per *prodotto* $\frac{54}{4}$, dal qual rotto estraendo gli interi, avremo 13 e $\frac{2}{4}$, o meglio, 13 $\frac{1}{2}$, prezzo cercato.

Esempio II. Un chilog. di lana in colori costa $\frac{4}{5}$ di fr.; quanto costeranno 23 chilog.?

Qui farà d'uopo ripetere 23 volte $\frac{4}{5}$ di fr., cioè a dire moltiplicare $\frac{4}{5}$ per 23. Operando come s'insegnò, avremo per prodotto $\frac{92}{5}$, o fr. 18 $\frac{2}{5}$ prezzo cercato.

89. REGOLA II.ª Dovendo moltiplicare un rotto per un altro rotto, basta moltiplicare fra di loro i *numeratori* per averne il *numeratore;* e fra di loro i *denominatori* per averne il *denominatore* della nuova frazione che sarà appunto il *prodotto* che si cerca.

Esempio. Un metro di tela d'Olanda costa $\frac{2}{3}$ di fr.; quanto costeranno $\frac{5}{6}$?

Dovendo moltiplicare il prezzo del metro pel numero dei metri, si moltiplicherà qui $\frac{2}{3}$ per $\frac{5}{6}$; e stando alla Regola insegnata avremo per *prodotto* $\frac{10}{18}=\frac{5}{9}$. Dunque $\frac{5}{9}$, di fr. è il prezzo ricercato.

90. REGOLA III.ª Dovendo moltiplicare *interi* e *rotti*, per *interi* e *rotti*, si convertirà prima ogn' *intero colla frazione riunita* in una sola espressione frazionaria (V. n. 76), quindi si opererà come abbiamo insegnato.

Esempio. Un chilog. di Cotone costa Ln. 2 $\frac{1}{4}$; quanto costeranno chilog. 8 $\frac{2}{3}$?

Si ridurranno prima le espressioni 2 $\frac{1}{4}$, e 8 $\frac{2}{3}$,

nelle seguenti $\frac{9}{4}$, $\frac{26}{3}$. Moltiplicando dipoi la prima di queste espressioni per la seconda, come nella Regola II.ª, si otterrà per *prodotto* $\frac{234}{12}$ = a 19 $\frac{1}{2}$. Dunque il prezzo ricercato a Ln. 19 $\frac{1}{2}$.

Divisione delle Frazioni.

91. Regola I.ª La divisione d' una frazione per un intero, si fa moltiplicando il *denominatore* per l' *intero* medesimo, lasciando lo stesso *numeratore*.

Dividere per esempio $\frac{2}{3}$ per 5, non è altro che rendere i $\frac{2}{3}$ cinque volte più piccoli, e ciò si otterrà rendendo il *denominatore* 5 volte più grande; $\frac{2}{15}$ adunque sarà il *quoziente* di cui si và in traccia.

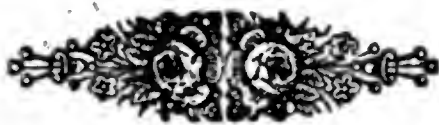
92. Regola II.ª Dovendosi dividere un numero qualunque, *intero*, o *fratto*, per una *frazione*, fa d'uopo rovesciare il *rotto divisore*, vale a dire, far in modo, che il *numeratore* divenga *denominatore*, e viceversa; moltiplicar quindi, per questo rotto capovoltato, il proposto dividendo, secondo la regola data per la moltiplicazione, ed il prodotto che si ottiene, sarà il quoziente cercato.

Esempio I. Per $\frac{3}{8}$ di metro di Stoffa abbiamo spese Ln. 9; quanto costa il metro?

Tosto conosciuto il prezzo, e la quantità, qualunque la sia, d' una data merce, fa d' uopo per ottenerne il prezzo d' una sola unità, dividerne il prezzo totale

per la quantità della merce. Dunque dovrannosi in questo caso dividere Ln. 9 per $\frac{3}{8}$; e per la regola data, la quistione si riduce a moltiplicare 9 per $\frac{8}{3}$. Il prodotto è $\frac{72}{3}$=24. Cosicchè un metro di Stoffa costa Ln. 24.

Esempio II. Si sono spese Ln. 67 $\frac{3}{8}$ per comprare 12 chilog. e $\frac{1}{4}$ di tabacco; quanto costa il chilog.?

Si riducano le due espressioni 67 $\frac{3}{8}$, 12 $\frac{1}{4}$ nelle due seguenti $\frac{539}{8}$, $\frac{49}{4}$; si rovesci la seconda $\frac{49}{4}$, e si moltiplichi la prima $\frac{539}{8}$, per $\frac{4}{49}$. Avremo per prodotto $\frac{2156}{392}$, ovvero 5 $\frac{196}{392}$ estraendo gl' intieri, e finalmente 5 $\frac{1}{2}$ dividendo per 196 i due termini della frazione $\frac{196}{392}$. Dunque un chilogrammo di tabacco costa Ln. 5 $\frac{1}{2}$, supposto che chilogrammi 12 $\frac{1}{4}$ costino Ln. 67 $\frac{3}{8}$.

Mesi, e Giorni ridotti a frazioni decimali d'Anno.

Mesi . . .	1	=0,083333	Giorni . 10	=0,027778
	2	166667	11	030555
	3	250000	12	033333
	4	333333	13	036111
	5	416667	14	038889
	6	500002	15	041667
	7	583333	16	044444
	8	666667	17	047222
	9	750000	18	050000
	10	833333	19	052778
	11	916667	20	055555
Giorni. .	1	=0,002778	21	058333
	2	005556	22	061111
	3	008333	23	063889
	4	011111	24	066666
	5	013889	25	069444
	6	016667	26	072222
	7	019444	27	075000
	8	022222	28	077778
	9	025000	29	080555

Le miglia di Toscana ridotte in chilom: e met:

		Chil.	Metri
1	Miglio corrisponde a . .	1	654
2	Miglia corrispondono a .	3	308
3	—	4	961
4	—	6	614
5	—	8	268
10	—	16	536
20	—	33	072
40	—	66	144
80	—	132	288
100	—	165	361
200	—	330	722
400	—	661	444
800	—	1322	888
1000	—	1653	607
2000	—	3307	215

TAVOLA

PER ESEGUIRE QUALUNQUE ADDIZIONE, SOTTRAZIONE, MOLTIPLICAZIONE, E DIVISIONE DI TEMPO.

dei Giorni

Per 1 Giorno si prende il 30.°
» 2 Giorni il 15.°
» 3 Giorni il 10.°
» 4 Giorni si prende, per 3 giorni il 10.° e per 1 giorno il 3.° del venuto.
» 5 Giorni il 6.°
» 6 Giorni il 5.°
» 7 Giorni si prende, per 6 giorni il 5.° e per 1 giorno il 6.° del v.
» 8 Giorni si prende, per 6 giorni il 5.° e per 2 giorni il 3.° del v.
» 9 Giorni si prende, per 6 giorni il 5.° e per 3 giorni la metà del v.
» 10 Giorni il 3.°
» 11 Giorni il 3.° e il 10.° del v.
» 12 Giorni il 3.° e il 5.° del v. ovvero due volte il 5.°
» 13 Giorni il 3.° e il 10.° di sopra.
« 14 Giorni si prende, per 12 giorni due volte il 5.° e per 2 giorni il 3.° del v.
» 15 Giorni la ½.
» 16 Giorni si prende, per 15 giorni la ½ e per 1 giorno il 15.° del v.
« 17 Giorni la ½ e il 15.° di sopra.
» 18 Giorni la ½ e il 5.° del v.
» 19 Giorni si prende, per 10 il 3.° per 6 il 5.° per 3 la ½ di esso quinto.

Per 20 Giorni due volte il 3.°, oppure la $^1/_2$ e il 3.° del v.
» 21 Giorno la $^1/_2$ e il 5.° di sopra.
» 22 Giorni si prende, per 20 giorni due volte il 3.° e per 2 giorni il 5.° del v.
» 23 Giorni si prende, per 20 giorni due volte il 3.° e per 3 giorni il 10° di sopra.
» 24 Giorni la $^1/_2$, il 5.° e la $^1/_2$ del v.
» 25 Giorni la $^1/_2$ e il 3°
» 26 Giorni la $^1/_2$, il 3.° e il 10.° del v.
» 27 Giorni la $^1/_2$, il 3.° e il 5.° del v.
» 28 Giorni la $^1/_2$, il 3.° e il 10.° di sopra.
» 29 Giorni la $^1/_2$, il 3.°, il 10.° di sopra, e il 3.° del v.

Dei Mesi

Per 1 Mese si prende il 12.°
» 2 Mesi il 6°
» 3 Mesi il 4°
» 4 Mesi il 3.°
» 5 Mesi il 3.° e il 4° del v.
» 6 Mesi la metà.
» 7 Mesi il 3.° e il 4.°
» 8 Mesi due volte il 3.°
» 9 Mesi la $^1/_2$ e poi la $^1/_2$ del v.
» 10 Mesi la $^1/_2$ e il 3.°
» 11 Mesi due volte il 3.° e una volto il 4.°

Precisamente come le Once

Modo di prendere i Rotti negl' interi.

Per $^1/_2$ si parte per 2.
» $^1/_3$ si parte per 3.
» $^2/_3$ si parte per 3, e si copia il venuto.

Per $^{1}/_{4}$ si parte per 4.
» $^{3}/_{4}$ si parte per 4, e si moltiplica per 2 il venuto.
» $^{1}/_{5}$ si parte per 5.
» $^{2}/_{5}$ si parte per 5, e si copia il venuto.
» $^{3}/_{5}$ si parte per 5, e si moltiplica per 2 il venuto.
» $^{4}/_{5}$ si parte per 5, e si moltiplica per 3 il venuto.
» $^{1}/_{6}$ si parte per 6.
» $^{5}/_{6}$ si parte per 6, e si moltiplica per 4 il venuto.
» $^{1}/_{7}$ si parte per 7.
» $^{2}/_{7}$ si parte per 7, e si copia il venuto.
» $^{3}/_{7}$ si parte per 7, e si moltiplica per 2 il venuto.
» $^{4}/_{7}$ si parte per 7, e si moltiplica per 3 il venuto.
» $^{5}/_{7}$ si parte per 7, e si moltiplica per 4 il venuto.
» $^{6}/_{7}$ si parte per 7, e si moltiplica per 5 il venuto.
» $^{1}/_{8}$ si parte per 8.
» $^{3}/_{8}$ si parte per 8, e si moltiplica per 2 il venuto.
» $^{5}/_{8}$ si parte per 8, e si moltiplica per 4 il venuto.
» $^{7}/_{8}$ si parte per 8, e si moltiplica per 6 il venuto.
» $^{1}/_{9}$ si parte per 9.
» $^{2}/_{9}$ si parte per 9, e si copia il venuto.
» $^{4}/_{9}$ si parte per 9, e si moltiplica per 3 il venuto.
» $^{5}/_{9}$ si parte per 9, e si moltiplica per 4 il venuto.
» $^{7}/_{9}$ si parte per 9, e si moltiplica per 6 il venuto.
» $^{8}/_{9}$ si parte per 9, e si moltiplica per 7 il venuto

Riduzioni dei Pesi di Toscana in Pesi del Sistema Metrico

		CHILOGR.	GRAMMI	MILLIGR.
1	Grano eguale a	0	0	049
2	» »	0	0	098
4	» »	0	0	196
5	» »	0	0	245
6	» »	0	0	294
8	» »	0	0	392
10	» »	0	0	491
12	» »	0	0	589
20	» »	0	0	980
1	Denaro »	0	1	177
2	» »	0	2	354
4	» »	0	4	708
5	» »	0	5	885
6	» »	0	7	062
8	» »	0	9	416
10	» »	0	11	771
12	» »	0	14	124
23	» »	0	27	071
1	Oncia »	0	28	248
2	» »	0	56	496
4	» »	0	112	992
6	» »	0	169	488
11	» »	0	310	229
1	Libbra »	0	338	977
2	» »	0	677	954
4	» »	1	355	910
5	» »	1	694	888
10	» »	3	389	775
20	» »	6	790	800
40	» »	13	581	700
50	» »	16	977	400
100	» »	33	954	200
200	» »	67	908	400
1000	» »	339	542	000

RAGGUAGLIO *delle misure aride di Toscana colla misura metrica*

		Ectòlitri	Litri	Centilitri
1	Quartuccio =	0	0	38
1	Mezzetta =	0	0	76
2	» =	0	1	52
7	» =	0	5	33
1	Quarto =	0	6	09
2	» =	0	12	18
3	» =	0	18	27
1	Staio =	0	24	36
3	» Sacca.......1 =	0	73	09
5	» » 1 ²/₃ =	1	21	81
20	» » 6 ²/₃ =	4	87	26
100	» » 33 ¹/₃ =	24	36	29
1000	» » 333 ¹/₃ =	243	62	86
2000	» » 666 ²/₃ =	487	25	72
4000	» » 1333 ¹/₃ =	974	51	44
8000	» » 2666 ²/₃ =	1949	02	80

RAGGUAGLIO *della misura Toscana colla misura metrica per il Barile dell' Olio di Libbre* 88.

		Ectòlitri	Litri	Centilitri
1	Quartuccio eguale a	0	0	26
1	Mezzetta	0	0	52
2	»	0	1	04
1	Fiasco.	0	2	09
5	»	0	10	45
10	»	0	20	89
15	»	0	31	34
1	Barile	0	33	43
2	»	0	66	86
3	»	1	00	29
4	»	1	33	72
5	»	1	67	14
10	»	3	34	29
100	»	33	42	91

RAGGUAGLIO *della Misura Toscana con la misura metrica Per il Barile del Vino di Libbre* 133 $\frac{1}{3}$.

		Ectolit.	Litri	Centilit.
1	Quartuccio eguale a	0	0	28
1	Mezzetta	0	0	57
2	»	0	1	14
1	Fiasco	0	2	28
10	»	0	22	79
1	Barile.	0	45	58
2	»	0	91	17
3	»	1	36	75
4	»	1	82	34
5	»	2	27	92
10	»	4	55	84
100	»	45	58	40

RAGGUAGLIO *del Braccio Toscano col Metro*

		Metri	Millim.
1	Denaro è eguale a	0	002
6	»	0	015
11	»	0	027
1	Soldo	0	029
10	»	0	292
19	»	0	554
1	Braccio	0	584
2	»	1	167
10	»	5	836
100	»	58	363

RAGGUAGLIO *della misura Toscana con la metrica per i legnami da costruzione*

		Steri	Millisteri
1	Traina è eguale a	0	398
3	»	1	193
10	»	3	976
20	»	7	952
100	»	39	759
200	»	79	518

RAGGUAGLIO *della misura Toscana con la metrica per la legna da ardere.*

		Steri	Millisteri
1	Brac. Cubo corrisp. a . . .	0	199
10	»	1	988
20	»	3	976
1	Catasta.	4	771
10	»	47	711
20	»	95	421
100	»	477	106
200	»	954	212

Valore delle diverse Monete d' Italia.

In Napoli il Ducato dividesi in {
10 Carlini d'Argento
100 Grani di Rame
1000 Denari di Grano

In Sicilia il Ducato dividesi in {
10 Tarì d'Argento
100 Baiocchi di Rame
1000 Piccioli di Rame

In Napoli il Tarì corrisponde a {
2 Carlini
2 Tarì in Sicilia

La Piastra che in Napoli costa 12 Carlini o grana 120, ed in Sicilia 12 Tarì o 120 Baiocchi corrisponde a 94 Baiocchi Romani
6 Lire Toscane
Lire Austriache 5, 79
Ln. o fr. 5, 04.

La *Lira nuova* d' Italia corrisponde a
2 Carlini e 4 Grana in Napoli
2 Tarì e 4 Baiocchi in Sicilia
1 Lira, 3 soldi, 9 denari e $\frac{5}{7}$ in Toscana.

Il Francescone corrisponde a Ln. 5, 60.

Metodo per ridurre i Franchi e le Ln. in Lire Toscane.

93. Noi sappiamo che la Lf. corrisponde a 84 cent. di fr. o di Ln. o italiana. Cosicchè, se di Ln. o di fr. ne vorremo far Lf. divideremo per 7 e per 12, perchè questo è il ripiego di 84; e se di Lf. se ne vorranno far fr: o Ln., allora si moltiplicherà per 7 e

per 12. Basta vedere le due operazioni che seguono per non aver uopo d'altre spiegazioni.

53. Ln. 5826,00 quante Lf?
12 via 7 485 50
Lf. 69 35. 14. 3

54. Lf. 6935. 14. 4 quanti fr. o Ln?
×7
48550. » 4
× 12
Ln. 5826,00. |4 »

Ridurre i Francesconi in Ln.

94. Sappiamo che una Lf. corrisponde a 84 cent. di fr. o di Ln. Dunque 1 *crazia* sarà il dodicesimo di 84 cent., e per conseguenza 7 cent. di Ln. Non abbisogna molto ingegno per comprendere che un *paolo* corrisponde a 56 centesimi, e 10 *paoli* a 10 volte 56, cioè 560 cent. Cosicchè ponendo una virgola alla sinistra delle due cifre a destra, avremo diviso il 560 per 100, e sapremo che 10 paoli eguagliano Ln. 5, 60 cent.

Esempi.

55. Un Francescone, a quanti fr. o a quante Ln. corrisponde?

Paoli 10 × 56 = a Ln. 5, 60

56. Francesconi 59, a quante Ln., ed a quanti Sc. da 5 Ln. corrispondono?

Francesconi 59 × 10 = Paoli 5 90 × 7} 56. c.
41 30 × 8}
Ln 330,40
dividendo per 5, sono Sc. 66, Ln. 0, 40 c.

57. Ln. 330,40 c. quanti Francesconi?

7 via 8 — 47 20

5 9|0 Paoli

Sono Francesconi 59.

58. Sc. da 5 Ln. 66. Ln. 0,40 c. quanti Francesconi?

×5

Ln. 330,40 c.

7 via 8 — 47 20

5 9|0 Paoli

Sono Francesconi 59.

RAGGUAGLIO DELLE MONETE TOSCANE

IN MONETE FRANCESI E DI PIEMONTE

Di	Denari in . .	Franc.	e Cent.
1	. . . .	0	00
2	. . . .	0	00
3	. . . .	0	01
4	. . . .	0	01
5	. . . .	0	01
6	. . . .	0	02
7	. . . .	0	02
8	. . . .	0	02
9	. . . .	0	03
10	. . . .	0	03
11	. . . .	0	03
12	(un Soldo) . .	0	04

Di	Soldi in . .	Franc.	e Cent.
9	. . . .	0	38
10	(½ Lira). . .	0	42
11	. . . .	0	46
12	. . . .	0	51
13	. . . .	0	55
14	. . . .	0	59
15	. . . .	0	63
16	. . . .	0	67
17	. . . .	0	72
18	. . . .	0	76
19	. . . .	0	80
20	(una Lira). .	0	84

Di	Soldi in . .	Franc.	e Cent.
1	. . . .	0	04
2	. . . .	0	09
3	. . . .	0	13
4	. . . .	0	17
5	. . . .	0	21
6	. . . .	0	25
7	. . . .	0	30
8	. . . .	0	34

Di	Crazie in . .	Franc.	e Cent.
1	. . . .	0	07
2	. . . .	0	14
3	. . . .	0	21
4	(½ Paolo) . .	0	28
5	(¼ di Fiorino)	0	35
6	. . . .	0	42
7	. . . .	0	49
8	(un Paolo). .	0	56

Di Crazie in . .		Franc. e	Cent.
9	. . . .	0	63
10	(½ Fiorino) .	0	70
11	. . . .	0	77
12	(una Lira) . .	0	84
13	. . . .	0	92
14	. . . .	1	00
15	. . . .	1	07
16	(2 Paoli) . .	1	14
17	. . . .	1	21
18	. . . .	1	28
19	. . . .	1	33
20	(un Fiorino) .	1	40

Di Paoli in. . .		Franc. e	Cent.
½	. . . .	0	28
1	. . . .	0	56
2	. . . .	1	12
3	(due Lire) . .	1	68
4	. . . .	2	24
5	(½ Francescone)	2	80
6	. . . .	3	36
7	. . . .	3	92
8	. . . .	4	48
9	. . . .	5	04
10	(un Francescone)	5	60
11	. . . .	6	16
12	. . . .	6	72
13	. . . .	7	28
14	. . . .	7	84
15	(dieci Lire) .	8	40
20	(un Zecchino)	11	20
30	(20 Lire) . .	16	82

Di Lire in . . .		Franc. e	Cent.
½	. . . .	0	42
1	. . . .	0	84
2	. . . .	1	68
3	. . . .	2	52
4	. . . .	3	36
5	. . . .	4	20
6	. . . .	5	04
7	. . . .	5	88
8	. . . .	6	72
9	. . . .	7	56

Di Lire in . . .		Franc. e	Cent.
10	. . . .	8	40
11	. . . .	9	24
12	. . . .	10	08
13	. . . .	10	92
14	. . . .	11	76
15	. . . .	12	60
16	. . . .	13	44
17	. . . .	14	28
18	. . . .	15	12
19	. . . .	15	96
20	. . . .	16	80
30	. . . .	25	20
40	(Ruspone d'Oro)	33	60
50	. . . .	42	00
60	. . . .	50	40
70	. . . .	58	80
80	. . . .	67	20
90	. . . .	75	60
100	. . . .	84	00

Di Fiorini Toscani in		Fr. e	Cent.
½	. . . .	0	70
1	. . . .	1	40
2	(Franceschino)	2	80
3	(5 Lire) . . .	4	20
4	(Francescone)	5	60
5	. . . .	7	00
6	(Lire 10). . .	8	40
7	. . . .	9	80
8	. . . .	11	20
9	. . . .	12	60
10	. . . .	14	00
20	. . . .	28	00
30	. . . .	42	00
40	. . . .	56	00
50	. . . .	70	00
60	. . . .	84	00
70	. . . .	98	00
80	(Gran Fior. d' oro)	112	00
90	. . . .	126	00
100	. . . .	140	00
200	. . . .	280	00
400	. . . .	560	00

Dei Numeri complessi

95. Si dà il nome di *numeri complessi* a quelli che si compongono di più unità. La legge che regna fra queste diverse specie di unità e l' unità principale, è varia nei vari numeri complessi. Dietro i nuovi sistemi adottati, i soli numeri complessi che si adoprano oggidì nella massima parte d' Italia, sono le misure del *tempo*, e quelle del *circolo* e della *sfera*.

96. Nelle operazioni sui *numeri complessi* si computa l' anno di 365 giorni, o di 12 mesi, il mese di 30 giorni, il giorno di 24 ore, l'ora di 60 minuti, e il minuto di 60 secondi.

Addizione

97. L'Addizione dei numeri complessi si fa scrivendo i numeri gli uni sotto gli altri per guisa che quelli della specie medesima restino nella stessa colonna.

Esempio di Addizione di tempo

9	anni	10	mesi	6	giorni	14	ore	48	minuti
6		11		15		00		17	
3		5		28		12		35	
20	anni	3	mesi	20	giorni	3	ore	40	minuti

La somma dei minuti è 100, o 1 ora e 40 minuti. Scrivo 40 minuti e ritengo un' ora per unirla alle ore.

La somma delle ore è 26 e 1 riportata 27, o un giorno e 3 ore. Scrivo 3 ore e porto 1 giorno.

La somma dei giorni è 49, e 1 riportato 50, o 1 mese e 20 giorni. Scrivo 20 giorni e porto 1 mese.

La somma dei mesi è 26 e 1 riportato 27, o 2 anni e 3 mesi. Scrivo 3 mesi, e porto 2 anni, che uniti ai 18, somma degli anni, dà 20 anni.

Sottrazione

98. Per eseguire la sottrazione dei numeri complessi si scrive il numero minore sotto il maggiore, procurando di collocare le unità dello stesso ordine le une sotto le altre. Si sottrarrà successivamente ogni numero inferiore dal suo corrispondente superiore, cominciando dalle più piccole unità, e si scriverà ogni differenza al disotto.

99. Quando il numero del *minuendo* è più grande del suo corrispondente nel *sottraendo*, si aumenta quest'ultimo di tante unità quante ne abbisognano per formare un' unità dell' ordine immediatamente superiore; si fa quindi la sottrazione, e quando si è giunti al numero seguente, si aumenta il numero inferiore di una unità, o si diminuisce di un'unità il superiore, ciò che torna lo stesso.

Da	18	anni	0	mesi	9	giorni	15	ore	35	m.
Togliere	10		6		23		20		30	
Restano	7	anni	5	mesi	15	giorni	19	ore	5	m.

Io dirò: 30 minuti tolti da 35, restano 5 minuti che scrivo.

Non potendo togliere 20 ore da 15 ore, aggiungo un giorno o 24 ore alle 15, che divengono 39, e togliendo quindi 20 ore da 39 ore, avrò un resto di 19 ore, che scrivo, e ritengo uno.

Unisco un giorno ai 23, ho 24 giorni, e siccome non posso togliere 24 da 9, aggiungo un mese o 30 giorni ai 9 giorni, ciò che forma 39 giorni, quindi

tolgo 24 da 39, ed ho un resto di 15 giorni che scrivo.

6 mesi ed uno che porto fanno 7, e siccome non posso togliere 7 da 0, aggiungo un anno o 12 mesi, da questi, ne tolgo 7, e scrivo il resto 5 mesi.

10 anni e uno che porto fanno 11, che tolti da 18 anni, danno un resto di 7 anni che scrivo.

Moltiplicazione

100. Nella moltiplicazione dei numeri complessi presentansi due casi, e sono che talvolta il numero complesso è moltiplicando, e tal' altra è moltiplicatore.

101. Se il numero complesso è moltiplicando, il moltiplicatore non può essere che un numero intiero decimale. Si comincia la moltiplicazione dalle unità minori; si cerca quante unità dell'ordine immediatamente superiore contiene, si scrive l'eccesso, se ve ne ha, e si riportano le unità superiori per aggiungerle al prodotto seguente, e si prosegue nello stesso modo.

Esempio

Si moltiplichino 9 mesi 7 giorni, 10 ore, e 20 minuti per 6.

Comincio a moltiplicare i minuti, e dico: 6 volte 20 fa 120, o 2 ore; scrivo zero e porto 2 ore.

Mesi	9.	7.	10.	20'
			×	6
Anni	47.	14.	14.	00

6 volte 10 ore fanno 60, e 2 che riteneva fanno 62 ore, o 2 giorni e 14 ore; scrivo 14 ore e porto 2 giorni.

6 volte 7 giorni fanno 42, e 2 che riteneva fanno 44 giorni, o 1 mese e 14 giorni; scrivo 14 giorni e porto 1 mese.

6 volte 9 mesi fanno 54, e 1 che riteneva fanno 55 mesi, o 4 anni e 7 mesi che scrivo.

Come si vede il prodotto è 4 anni, 7 mesi, 14 giorni, 14 ore, e zero minuti.

Se il numero complesso è moltiplicatore, si moltiplica subito il moltiplicando per le unità più grandi del moltiplicatore; quindi si prende la metà, il terzo, il quarto, ec., del moltiplicando, secondo che ogni ordine è la metà, il terzo, il quarto, ec., dell'unità immediatamente superiore: è quel che dicesi dagli aritmetici, *operare per le parti aliquote*, o *prendere in porzione*.

Esempio

Pagando 56 Lire nuove per anno d'interesse per una certa somma, quanto si dovrà pagare per 5 anni 11 mesi e 25 giorni ?

R. Ln. 335,22 c.

		Ln. 56
		×5 a. 11 m. 25 g.
Il prodotto per 4 anni	=	280
Per 6 mesi, la metà di un anno	=	28
» 4 mesi il 1/3 d'un'anno	=	18,666
» 1 mese il 1/4 di 4 mesi	=	4,666
» 15 giorni la metà d'un mese	=	2,333
» 10 giorni il 1/3 di un mese	=	1,555

Si ha per prodotto totale Ln. 335,22|0

Divisione

102. Anche nella divisione dei numeri complessi si presentano due casi, e sono che talvolta il numero complesso è dividendo tal'altra è divisore.

103. Se il nnmero complesso è dividendo, il divisore non può essere ehe un numero intiero decimale, ed in questo caso si fa la divisione cominciando dalle unità più grandi, se vi è un resto si converte in unità immediatamente inferiori angiungendovi quelle che si potessero trovare al dividendo, e si riduce pure ogni resto fino a che non si sia giunti alle più piccole unità.

Esempio

5 uomini hanno insieme 82 anni, 11 mesi, e 15 giorni; quanti anni avranno l'uno per l'altro?

R. 16 anni, 7 mesi, e 3 giorni.

Divisore		Dividendo
5		Anni 82. 11. 15.
	Quoz:	Anni 16. 7. 3.

Divido 82 anni per 5, ed ho 16 anni per quoziente, e per resto 2; riduco questi due anni in mesi moltiplicandoli per 12, ed ho 24 mesi, che uniti agli 11 del moltiplicando fanno 35; divido 35 mesi per 5 ed ho 7 mesi per quoziente, che scrivo sotto ai mesi del moltiplicando; non avendo alcun resto divido i 15 giorni del moltiplicando per 5, ed ho 3 per quoziente, che scrivo al suo posto. Così l'uno per l'altro hanno 16 anni, 7 mesi, e 3 giorni.

104. Che se il numero complesso è divisore, allora si riduce in unità della più piccola specie; quindi si moltiplica il dividendo per il numero che abbisogna d'unità della più piccola specie per fare un'unità principale.

Esempio

Ho pagato fr. 176,50 d'interesse per una somma

che ho ritenuto per 4 anni, 11 mesi, e 15 giorni: quanto era l'interesse di ogni anno?

R. 35 fr. e 60 c. circa.

Riduco gli anni e i mesi in giorni;

4 a.×12 m.=48 m.+11 m.=59 m.
59 m.×30 g.=1770 g.+15 g.=1785 g.

Moltiplico la somma per il numero dei giorni dell'anno.

fr: 176,50×g. 360=fr. 63540.
fr: 63540:g. 1785=fr: 35,60 c. interesse d'un anno

DEI RAPPORTI E DELLE PROPORZIONI.

105. Si dà il nome di *ragione* o *rapporto* di due numeri, al quoziente di uno di essi numeri diviso per l'altro. Per esempio, il *rapporto*, o la *ragione* di 16 a 4, è 4 perchè il 16 diviso per 4 dà per *quoziente* 4.

106. Se dati quattro numeri il primo dei quali contenga, o sia contenuto dal secondo, quanto il terzo contiene o è contenuto dal quarto, questi quattro numeri si diranno *in proporzione*. Quindi i numeri 16, 4, 12, 3 formeranno una *proporzione*, perocchè il 16 contiene tante volte il 4, quanto il 12 contiene il 3, cioè 4 volte.

107. Per esprimere che quattro numeri sono fra loro in proporzione, si mettono due punti fra i due primi, e fra i due ultimi, e quattro punti in mezzo. Così la proporzione formata dai quattro numeri 3, 6, 16, 32 si scrive così 3:6::16:32, e si pronuncia: 3 sta a 6, come 16, sta a 32.

108. I quattro numeri che concorrono a formare una proporzione si dicono TERMINI DELLA PROPORZIONE. Il primo e l'ultimo diconsi TERMINI ESTREMI, il secondo ed il terzo TERMINI MEDI. Il primo ed il terzo si

dicono ANTECEDENTI, il secondo ed il quarto CONSEGUENTI. Così nella proporzione 3:6::16:32, il 3 ed il 32 diconsi ESTREMI; il 6 ed il 61 MEDI. Il 3 ed il 16 si dicono ANTECEDENTI; il 6 ed il 32 CONSEGUENTI. In ogni proporzione il prodotto dei termini medi, è eguale al prodotto degli estremi. Così nella proporzione 5:10::7:14 il prodotto di 5 per 14, dà 70, come ugualmente è 70 il prodotto di 10 per 7. Questa proprietà che hanno le proporzioni, somministra un mezzo semplicissimo, per riconoscere se quattro numeri dati sono fra loro in proporzione.

109. Conoscendo tre termini qualunque d'una proporzione, si può sempre determinare il quarto incognito.

110. Se il termine sconosciuto, è un estremo, si troverà dividendo il prodotto dei due medi per l'estremo conosciuto, e se il termine sconosciuto è un medio, si troverà dividendone il prodotto dei due estremi pel medio conosciuto.

Siano dati, per esempio, i tre numeri 5, 9, 13, e si cerchi il quarto proporzionale. Moltiplicando fra loro i due medi 9 e 13 avremo 117 per prodotto; dividendo questo prodotto per 5, che è il termine estremo conosciuto, il quoziente $23\frac{2}{5}$ sarà il quarto proporzionale ricercato; così avremo la proporzione $5:9::13:23\frac{2}{5}$. Ed infatti 5 volte $23\frac{2}{5}$ è lo stesso che 9 volte 13, cioè 117.

Si cerchi il termine incognito nella proporzione seguente:

$$3:6::x \text{ (termine incognito) } : 32$$

Moltiplicheremo 3 per 32, e ne divideremo il prodotto 96 per 6, termine medio conosciuto. Il quoziente 16 sarà il termine medio ricercato. Ed in fatti nella pro-

porzione 3:6::16:32, tanto si ha dal prodotto degli estremi, che da quello de' medi, cioè 96.

DELLA REGOLA DEL TRE.

111. Si dà il nome di Regola del Tre a quell'operazione, per mezzo della quale, dati tre termini qualunque d' una proporzione si trova il quarto.

Esempio I. Uomini 6 hanno fatto metri 33 di opera muraria in un certo tempo; quanti metri ne faranno 10 uomini nello stesso tempo?

In questo problema vi sono due specie di quantità, cioè *Uomini* e *Metri*. Ed è chiaro, che il numero degli uomini non può crescere, o diminuire, senza che nella stessa proporzione si aumenti o diminuisca il numero dei Metri di lavoro. Quindi è che il domandato numero di Metri dicesi in *ragione diretta* del numero degli uomini, ed in conseguenza la proporzione si stabilisce così:

Uomini	Uomini	Metri		
6 :	10 ::	33 :	x	(num. cercato)

Moltiplicando l'un per l'altro i due medi 10, e 33, e dividendone il prodotto 330 per il primo estremo, avremo per quoziente, 55 che sarà precisamente il termine di cui si va in traccia. Dunque la risposta al dato problema è 55 metri.

Esempio II. Uomini 60 fecero un certo lavoro in 50 giorni, 150 uomini quanti giorni impiegheranno allo stesso lavoro?

Qui è facile scorgersi, che quanto maggiore è il numero degli uomini, tanto minore dovrà essere il tempo per eseguire il lavoro medesimo. Dunque il cercato numero di giorni si dirà in *ragione inversa* del numero

degli uomini, perciocchè questo aumenta, o diminuisce, e il numero dei giorni al contrario diminuisce o cresce nello stesso rapporto. In tal caso converrà disporre i quattro termini così:

Uomini	Uomini	Giorni	Giorni
60 :	150 ::	x :	50

Dividendo il Prodotto degli estremi per il medio conosciuto, troveremo per quoziente 20, che sarà il valore del termine medio ricercato; e lá risposta al dato problema sarà 20 giorni.

Si otterrà la riprova con due moltiplicazioni: una del primo termine col quarto, l'altra del secondo col terzo; e se verranno due prodotti eguali sarà prova certa di non avere errato.

DELLA REGOLA DI SOCIETA'.

112. Questa regola serve a dividere frà più Soci il guadagno o la perdita risultante dalla loro Socidtà, ed ha per oggetto la divisione d'un dato numero in più parti proporzionali ad altri numeri dati.

Esempio. Tre Negozianti fanno Società, e pongono in commercio il primo Ln. 720; il secondo Ln. 1095; il terzo Ln. 1680. Terminato il Negozio riscontrano aver guadagnato Ln. 2097. Quanto toccherà in parte ad ognuno?

Si riuniscano i Capitali di tutti i Soci, e si formino tante Regole del Tre; quindi dopo avere moltiplicato la Somma di ciascun Socio per il guadagno comune, che nel nostro caso è Ln. 2907, se ne divida il prodotto per la Somma totale, cioè 3495, ed il quoziente delle tre operazioni da farsi in ogni Regola del

Tre indicherà precisamente il guadagno che spetta a ciascun Socio.

Capitale del 1. Socio	L. 720		
» 2.	» 1095		Guadagno L. 2097
» 3.	» 1680		
Somma Totale	L. 3495		

Proporzioni

3495	:	2097	::	720	:	x	=	Ln. 432
3495	:	2097	::	1095	:	x	=	» 657
3495	:	2097	::	1680	:	x	=	» 1008
							Tornano	Ln. 2097

Sommando il guadagno di ciascun Socio, torna, come si vede, il guadagno totale di Ln. 2097, in prova di non avere errato nel calcolo.

REGOLA D'INTERESSE

Esempio I. Si ricerca l'interesse che produrrà, in 6 anni la Somma di L. 5724, supponendo che L. 100 producano L. 5 d' Interesse in un anno.

Qui apparisce chiaramente essere l'interesse di una data Somma tanto più grande, quanto più grande la è quella sommata. Dunque 100 Lire : 5724 Lire :: 5 : x (quarto termine). Il quarto termine, allorchè sarà calcolato, indicherà l' interesse di un anno della data somma di L. 5724. Molliplicando adunque per 6 l' interesse di un anno si avrà il ricercato interesse di anni 6. Effettuando il calcolo si trova

L. 286,20 c. interesse di un anno.
» 1717,20 c. interesse di 6 anni.

Esempio II. La somma di fr. 2697 comprende un Capitale cogl' interessi di 4 anni, in ragione del 6 p. %. Si domanda qual' è il Capitale.

Perchè fr. 100 divengono fr. 106 in un anno, fr. 100 in 4 anni diverranno fr. 124. Dunque, se fr. 124, corrispondono a fr. 100 di Capitale, a quanto corrisponderanno fr. 2697; ovvero

$$124 : 100 :: 2697 : x \text{ (quarto termine)}$$

donde $$\frac{100 \times 2697}{124} = x = 2175.$$

Dunque il Capitale ricercato sarà fr. 2175. In fatti calcolando come nell' esempio precedente, l' interesse di quattro anni di questo capitale impiegato in ragione del 6 per %, si trova fr. 522, che uniti ai fr. 2175 riproducono la data somma di fr. 2697.

Esempio III. Tizio fa ad un Negoziante una Cambiale di fr. 950 pagabili dopo un anno. Trascorsi sette mesi il Negoziante desidera essere pagato; si domanda di quanto dovrà diminuirgli la Somma totale per gl'interessi dei 5 mesi che non sono trascorsi.

L' interesse è convenuto fr. 5,5 per %. In questo caso si considera la somma di fr. 950, siccome composta d' un capitale incognito, e dell' interesse corrispondente. Si calcoli adunque prima di tutto quale è la porzione di fr. 950, che forma il capitale dicendo: Se fr. 105,5. corrispondono a fr. 100 di capitale, a quanto corrisponderanno fr. 950? avremo la proporzione:

$105,5 : 100 :: 950 : x$ (capitale cercato), e si troverà questo capitale di fr: 900,47.

Si deduca questa somma da quella data, cioè da fr. 950, il resto fr. 49,53 rappresenterà gl' interessi compresi nella medesima somma di fr. 950.

Ora si dica: Se per 12 mesi l'interesse ammonta a fr. 49,53, quale sarà l'interesse di 5 mesi?

Proporzione.

12 : 5 :: 49,53 : x (quarto termine)

Il quarto termine trovasi fr. 20,63; e questa quantità sarà precisamente quella di cui dovrassi diminuire la somma della cambiale, che perciò verrà ridotta a fr. 929,37.

Ridurre le Libbre toscane in Chilogrammi e viceversa.

114. La nostra Libb. corrisponde a Chilogrammi 0,2395 decigrammi, o 239 grammi e 5 decigrammi. Senza alterare sensibilmente l'operazione, o dirò meglio, senza alterarne il risultato, si può calcolare la libbra eguale a 340 gramme, o 100 libbre eguali a 34 Chilogrammi; e così, dovendo trasformare le nostre libbre in Chilogrammi si moltiplicheranno le libbre per 340, e dovendo trasformare i chilogrammi in Libbre si divideranno i chilogrammi per 340.

Esempio 1.

59. Libbre 75 di Toscana, quanti chilogrammi sono? R. Chilogrammi 25,500 gramme.

```
Libbre 75
      ×340
----------
      3000
     225
----------
```

Chilog: 25,500 grammi, o chilog: 25,50 decagrammi, o chilog: 25,5 ectogrammi. Ed è chiaro

che devesi operare così, perciocchè andandoci con le proporzioni, si ha

℔. 1 : g. 340 :: ℔. 75 : g. x, e si ha $x = \frac{340 \times 75}{1}$

d'onde $x = 340 \times 75 = 25,5|00$ cioè chilog: 25,500 g.

Esempio 2.

60. Chilogrammi 127,5 ectog., o 50 decag., o 500 grammi, che torna lo stesso, quante libbre sono di Toscana? R. Libbre 375.

valore d'una libbra, g. 34|0 chilog: 127.50|0

Libb: 375 di Toscana 255
170
00

Perchè ancor qui, adoprando colle proporzioni si ha

g. 340 : ℔. 1 :: g. 127,500 : ℔. x.

donde $x = \frac{12750}{34} = \frac{6375}{17} =$ 375 lib. di Toscana.

Questa operazione si può rendere anche più semplice essendo padroni dell'abbaco, perciocchè allora si potrebbe ripiegare il 340, dividendo per 10, per 2 e per 17, così:

Chilog: 12750|0

Ripiego di 340 { 10, 2, 17 — 6375, Libbre 375 di Toscana.

Qualunque altra regola si adottasse riuscirebbe sempre più laboriosa, e meno precisa.

Esempio 3.

61. Libbre 7560, a quanti chilogrammi corrispondono? R. Chilog. 2570,400 grammi.

Libb:	Chilog:	Libb:	Chilog:
100 :	34 : :	7560 :	x.

$$x=\frac{34\times7560}{100}=34\times75{,}60=\text{chilog: } 2570{,}40 \text{ decag:},$$

o 4 ectogrammi, o 400 grammi.

Chi si faccia ad esaminare questa operazione, di leggieri si persuaderà, che la regola da noi stabilita, è la più logica di quante fino ad ora sono state messe in pratica, la più breve, e quella che più di tutte si avvicina al valore reale dei due pesi Toscano e Metrico.

Libbre 7560.0 zero aggiunto per moltip. per 10.
151200 moltip. del 75600 per 2.
Chilog: 2570,400 moltip. del 151200 per 17.

Esempio 4.

62. Chilogrammi 2570,4 ectog. quante Libbre di Toscana? R. Libb. 7560.

Aggiungo due zero a destra dei 4 ectogrammi, ed ho chilog: 2570,400 grammi. Dividendo per 10, per 2, e per 17, si ha Libb: 7560.

Chilog: 2570,40|0 (diviso per 10.
Ripiego di 340 g. valore d'una libb. { 10/2 1285 20 (diviso per 2.
2/17 ℔ 75 60 (diviso per 17.

115. Per i pesi delicati si operi nella guisa stessa prendendo per base questi rapporti. Once 1 = 28 gramme e $\frac{1}{5}$. Denari 8 = gramme 9 $\frac{2}{5}$. Grani 1 = 49 milligrammi. Grani 10 = 49 centigrammi. Grani 20 = 98 milligrammi.

Esempi

63. Once 19, quanti grammi sono? R. Grammi 535,8 decigrammi.

once gram. once gram.
$1 : 28\frac{1}{5} :: 19 : x. \quad x = 28\frac{1}{5} \times 19 = g.\ 535\frac{4}{5}$
= Grammi 535, 8 decigrammi.

Grammi 535,8 decig: quante once sono?

gr. once gr. once
$28{,}2 : 1 :: 535{,}8 \quad x. \quad x = \frac{535{,}8}{28{,}2} = \frac{893}{47} = 19$ once

Si può dunque adoprare così: 535,8 : 28,2 = 19 once.

RAGGUAGLI

116. 100. Libbre di Livorno corrispondono a Chilog. 33,954 gramme, e 2 decigrammi, o 34 Chilogrammi, meno 45 gramme e 8 decigrammi — a Libbre 92 $^1/_2$ di Amburgo — a 71 di Amsterdam — a 103 di Ancona — a 85 di Barcellona — a 107 di Bergamo — a 94 $^1/_6$ di Bologna — a 107 di Brescia — a 76 di Cadice e Madrid — a Mine 58 del Cairo, o Rotoli 81 — ad Oche 27 $^1/_2$ di Costantinopoli — a Libbre 70 di Copenaghen — a 85 di Zante e Corfù — a 107 di Genova — a Libbre 63 $^1/_3$ di 18 once di Ginevra — a 76 di Lisbona — a 75 di Londra — a 45 di Malta — a 82 di Porto Maone — a 86 $^1/_2$ (peso vecchio) di Marsiglia — a 107 di Milano — a 109 di Palermo e di Messina — a 108 $^1/_2$ di Napoli — a 86 di Odessa e Pietroburgo — a 72 di Parigi — a 103 di Parma — a 87 $^3/_4$ di Patrasso (peso comune), e 70 peso di seta — a Libbre 96 $^1/_2$ di Ragusa — a 99 di Roma — a 85 di Sardegna — a Oche 27 $^1/_2$ di Smirne o Rotoli 61 $^1/_2$ — a Libbre 81 di Stocolma (Svezia) — a Libbre 65 di Trieste e Vienna, o Rotoli 69 di Tripoli — a 70 $^1/_2$ di Tunisi — a Libbre 71 $^1/_2$ peso grosso, ed a Libbre 115 $^1/_3$ peso sottile di Venezia.

1000 Libbre di Livorno, peso stadera, corrispondono a Chilog: 339 e 542 gramme — a Libbre 710 in Amsterdam — 750 in Londra — 760 in Portogallo — 1030 in Ancona — 1070 in Genova — 860 in Russia — 650 in Vienna — 850 in Barcellona — 1085 in Napoli — 865 in Marsiglia.

Ridurre le sacca di misura toscana in misura metrica e viceversa

117. Questa misura è forse una delle più difficili a pareggiarsi col sistema metrico, ed a parer mio la operazione più breve, e men lontana dal vero resultato è

quella che risulta dallo stabilire per massima generale che 25 Staia corrispondano a litri 609, o ectolitri 6, e 9 litri.

Esempio 1.

64. Litri 1975, o decalitri 197 e 5 litri, o ectolitri 19 e 75 litri, o chilolitri 1, ectolitri 9 e 75 litri, quante staia sono di misura toscana? R. Staia 81 $\frac{1}{14}$.

litri	staia	litri	staia
609 :	25 : :	1975 :	x

si ha $x = \frac{1975 \times 25}{609}$ = Staia 81,075, o circa staia 81, $\frac{1}{14}$.

Laonde per ridurre una quantità di litri in staia, si moltiplicano i litri dati due volte per 5, e si divide, l'ultimo prodotto per 609.

Litri 1975×5
9875×5
49375
655
4600
3370
325

609

Staia	81	075×8
Mezzette	0	600×2
Quartucci	1	200

Esempio 2.

65. Staia 81,075 quanti litri? R. Lit. 1975 — 0,013 millilitri.

staia	litri	staia	litri
25 :	609 : :	81,075 :	x.

$x = \frac{609 \times 81,075}{25} =$ 1974,987 = litri 1975 — 0,013.

Dunque, per ridurre le staia in litri, si moltiplicano i litri per 609 e si divide il prodotto per 25.

```
                      Staia 81,075
                            ×609
                      ------------
                          729675
                        486450
                      ------------
               ⎧ 5       49374,675
Ripiego di 25  ⎨ 5        9874,935
               ⎩   Litri  1974,987 millilitri.
```

Riduzione *dei Barili dell' olio di libb. 88, misura toscana, in misura metrica, e viceversa.*

118. Per le grosse partite d'olio il miglior modo di giungere ad ottenere la soluzione d'un quesito, è quello basato sul rapporto, che 3 Barili d'olio di libb. 88, corrispondono ad 1 ectolitro e 29 centilitri. Questi 29 centilitri si possono trascurare, oppure, occorrendo di oprare rigorosamente, basta aver presente che ogni 100 barili portano una differenza in meno di 9 litri e 99 centilitri, o circa 10 litri; e che 10 litri corrispondono a 4 fiaschi e $\frac{3}{4}$.

Esempi trascurando i 29 centilitri, e viceversa

66. Barili 84 Olio d'oliva, quanti ectolitri sono? R. Ectolitri 28, o litri 2800.

Bar. 3 : ect. 1 : Bar. 84 : ect. x.

$$x = \frac{84}{3} = 28 \text{ ectolitri, o } 2800 \text{ litri.}$$

119. D'onde apparisce, che dividendo una qualunque quantità di Barili d'olio per 3, se ne ottengono ectolitri, con una leggierissima ed insensibile differenza.

120. Con la regola da noi stabilita non fa d'uopo di molto ingegno per ridurre una quantità di ectolitri d'olio in Barili di libbre 88.

Esempio

67. Litri 33428, o ectolitri 334,28 litri, quanti Barili di libbre 88? R. Barili 1002,84 o più esattamente Barili 1001,85.

ect. 1 : Bar. 3 :: ect. 334,28 : Bar. x.

si ha $x = 334{,}28 \times 3 =$ Barili 1002|,84 × 16

Fiaschi 13|44 × 4

Mezzette 1|76

121. Volendo poi la soluzione più precisa, si tolgano litri 9,99 % perchè, come osservammo, in ogni cento Barili mancano 9 litri e 99 centilitri, e si avrà:

Barili 1002,84
meno 99

Barili 1001,85

122. Oprando per un momento su numeri tondi saremo meglio compresi.

Esempio

68. Barili 100 quanti ectolitri sono?

$\frac{100}{3} =$ Ectolitri 33,3333
più Litri 9,99

Litri 3343,32 centilitri o ectolitri 33, litri 43, centilitri 32 precisamente.

Altro Esempio.

69. Ectolitri 10, o Litri 1000, quanti Barili?

```
           Ectolitri 10,00
                     — 9,9
Ectolitri      9,90 1 × 3
Barili       29|70 3 × 16
Fiaschi      11|24 8 × 4
              0|99 2
```

Ect. 10, o Litri 1000 d'olio, corrispondono a Barili 29, fiaschi 11, e circa 1 mezzetta, perchè

Ect. 1 : B.li 3 :: Ect. 9,901 : B.li x

cioè 9,901 × 3 = B.li 29,703 =

Barili 29, fiaschi 11, e circa 1 mezzetta.

RAGGUAGLIO

123. Barili 4 $^5/_8$ di libbre 88 a barile, equivalenti in Livorno a libbre 407 di umido corrispondono:

ad Ectolitri	1,54 litri, e 16 centilitri.	
» Anker	4 $^1/_2$	in Amburgo.
» Aam	1	in Amsterdam.
» Carghe	22	in Barcellona.
» Velte	20 $^1/_3$	in Bordeaux.
» Arobe magg.	9 $^2/_3$	in Cadice.
» Mistalli	13 $^1/_3$	in Candia.
» Almud	29 $^5/_8$	in Costantinopoli.
» Salme	1	in Gallipoli.
» Barili	2	in Genova.
ad Alquierese	17 $^4/_5$	in Lisbona.
» Galloni	44 $^1/_6$	in Londra.
» Giare	1 $^1/_2$	in Lucca.
» Miliarole	2 $^1/_2$	in Marsiglia.
» Salme	1	in Napoli.
» Boccali	116 $^2/_3$	in Roma.
» Orme	2 $^1/_3$	in Trieste.
» Matari	6 $^4/_5$	in Tripoli.
» Matari	8	in Tunisi.

Riduzione *del Barile del vino di Libb.* 133 $\frac{1}{3}$ *di misura Toscana in misura metrica e viceversa.*

124. Per ridurre una quantità di Barili di vino di Libb. 133 $\frac{1}{3}$ in misura metrica si può stabilire che 1 Barile

corrisponda a Litri 45, $\frac{1}{2}$ o 455 decilitri, benchè il suo vero valore sia Litri 45, e 58 centilitri. La differenza sarà insensibile calcolando il Barile = Litri 45,5 perciocchè ogni cento Barili si avranno di meno Litri 8 $\frac{2}{5}$, o Litri 8,40 centilitri.

Esempio 1.

70. Barili 100 vino di Libbre 133 $\frac{1}{3}$, quanti Litri sono? R. Litri 4558,40 centilitri.

Barili	Litri	Barili	Litri
1 :	45,5 ::	100 :	x

Si ha 45,5 $\times$ 100 = Litri 4550 portando la virgola due cifre a destra. Aggiungendo ai Litri 4550, Litri 8,40 si avranno Litri 4558,40 centilitri.

Esempio 2.

71. Litri 4558,40 centilitri. o 45 ectolitri, 58 litri, e 40 decilitri quanti Barili di Libbre 133 $\frac{1}{3}$? R. Barili 100, fias. 3 mez. 2.

Litri	Barili	Litri	Barili
45,5 :	1 ::	4558,40 :	x

si ha $x = \frac{4558,4|0}{45,5}$ = Barili 100,|184 $\times$ 20
fiaschi 3|680 $\times$ 4
mezzette 2|720

Calcolando il Barile Litri 45,58 avremmo avuto $\frac{4558,40}{45,58}$ = Barili 100, e 8 millesimi.

Da ciò si vede, che, nelle grosse partite, il rap-

porto migliore e più comodo è quello di 1 a 455. In quanto poi alle piccole partite, cioè a dire quelle minori d'un Barile, non fa bisogno stabilire alcuna regola, perciocchè vi sono certe tavole di ragguaglio, che danno la soluzione senza aver uopo della penna.

Ridurre le Braccia di misura toscana in Metri, e viceversa.

125. Un Braccio corrisponde a 584 millimetri, ed ogni 100 Braccia portano la differenza insignificante in più di 3 centimetri, e 3 millimetri. Si può dunque stabilire, che dovendo ridurre una quantità di Braccia in Metri, si moltiplicheranno le Braccia date per 584, e dovendo ridurre una quantità di Metri in Braccia, si divideranno i Metri (ridotti in millimetri coll'aggiunta di tre *zero*) per 584.

Esempio 1.

72. Braccia 700, a quanti metri corrispondono? R. Metri 408, 8 decimetri.

Braccia	Metri	Braccia	Metri
1 :	0,584 ::	700 :	x.

Si ha $0{,}584 \times 700 = $ m. 408,8|00

Esempio 2.

73. Braccia 575, a quanti metri corrispondono? R. Metri 335, 8 decimetri.

Braccia	Metri	Braccia	Metri
1 :	0,584 ::	575 :	x

Si ha $0{,}584 \times 575 =$ m. 335,80 cent.

$$\begin{array}{r} 0{,}584 \\ \times 575 \\ \hline 2920 \\ 4088 \\ 2920 \\ \hline \text{Metri } 335{,}8|00 \end{array}$$

Esempio 3.

74. Metri 408,80 centimetri, a quante braccia di Toscana corrispondono? R. Braccia 700.

Metri	Braccia	Metri	Braccia
0,584 :	1 ::	408,80 :	x

Si ha $x = \dfrac{408{,}800}{0{,}584} =$ Braccia 700

$$\begin{array}{l|l} 4088.00 & 0{,}584 \\ 000.00 & \text{Braccia } 700 \end{array}$$

Esempio 4.

75. Metri 335,80 centimetri, quante Braccia di Toscana? R. Braccia 575.

Metri	Braccia	Metri	Braccia
0,584 :	1 ::	335,80 :	x

Si ha $x = \dfrac{335{,}800}{0{,}584} =$ Braccia 575.

$$\begin{array}{l|l} 335{,}800 & 0{,}584 \\ 4380 & \text{Braccia } 575 \\ 2920 & \\ 000 & \end{array}$$

126. In alcune di queste riduzioni ho contemplato certi casi che raramente si presentano nella pratica; ma d' ordinario avviene di fare le operazioni colla metà, forse, dei numeri che si vedono nei problemi surriferiti, massime se quegli che opera ha un' idea chiara ed esatta della proprietà dei numeri e delle proporzioni.

RAGGUAGLI

delle Misure lineari toscane.

127. **100 BRACCIA DI TOSCANA CORRISPONDONO:**

a Metri	58, e 363 millimetri	
» Picchi	87 1/2	in Aleppo
» Vare	74 3/4	in Alicante
» Picchi	87 1/2	in Alessandria
» Aune	103	in Amburgo
» Aune	85 1/2	di Brabante
» Aune	85 5/8	in Amsterdam
» Braccia	90	in Ancona
» Aune	101 5/8	in Annover
» Aune g.	85 1/2	in Anversa
» Aune	76	in Augusta
» Aune	76	in Vienna
» Braccia	84	in Danimarca
» Braccia	61 3/4	in Edimburgo
» Braccia	96	in Forlì
» Aune	50 1/2	per le tele in Ginevra.
» Palmi	237 1/2	in Genova
» Yarde	74 3/4	in Londra.
» Canne	20 1/2	in Malta
» Canne	29 1/2	in Marsiglia
» Canne	28	in Messina
» Braccia	100	in Milano
» Canne	37 1/2	in Barcellona
» Aune di Parigi	50	in Basilèa
» Braccia	91 3/4	in Bologna
» Braccia	108	in Berna
a Braccia	90	in Bergamo
» Aune	75	in Bolsano
» Vare	70	in Cadice e Madrid
» Picchi	87 1/2	in Cairo
» Picchi	88	in Cipro
» Aune	94	in Copenaghen
» Picchi	100 1/2	in Corfù
» Picchi	88 1/2	in Costantinop.
» Aune	79 3/4	in Costanza
» Braccia	96	in Cremona
» Canne	28	in Napoli
» Aune	84 1/2	in Ostenda
» Canne	28	in Palermo e tutta Sicilia
» Aune	50	in Parigi
» Archine	84	in Pietroburgo
» Canne di 8 Palmi	29 2/3	in Roma
» Canne	28 1/3	in Sardegna
» Aune	102 1/2	in Slesia
» Canne	30	in Tolone
» Braccia	88 2/3	in Venezia per la lana
» Braccia	91 1/6	in Venezia per la seta
» Aune	96 3/4	in Zurigo.
» Braccia	95 1/4	in Zurigo.

Riduzione delle Yarde in Braccia Toscane

128. Conoscendo la differenza che passa da una misura all' altra è cosa facile eseguire qualunque riduzione. E poichè sappiamo che 100 yarde, misura di Londra, corrispondono a Braccia 155 di Toscana, dovendo ridurre in quest' ultima misura yarde 1587 si opererà così:

Yarde	Braccia	Yarde	Braccia
100 :	155 ::	1587 :	x

Si ha $x = \frac{1587 \times 155}{100} = \frac{1587 \times 31}{20} =$ Br. 2459.17.—

Il metodo seguente sarà più facile e più spedito.

Yarde	1587
$\frac{1}{2}$	793.10.—
$\frac{1}{10}$	79. 7.—
Braccia	2459.17.— = Metri 1436,85.

perchè:

Braccia	2459,85
	0,584
	983940
	1967880
	1229925
Metri	1436,55⌋240

Siccome dovevamo aumentare le Yarde di Braccia 55 per ogni 100, abbiamo preso la metà delle Yarde 1587 per 50, e il $\frac{1}{10}$ di questa metà per 5; quindi riunite queste tre quantità, abbiamo ottenuto in risposta, che Yarde 1587 sono Braccia 2459, e 17 soldi in Toscana.

129. Volendo poi conoscere a quante Yarde corrispondono Braccia 2459. 17. —, operazione che al tempo stesso servirà di prova all' antecedente, ecco il metodo da praticarsi.

Braccia	Yarde	Braccia	Yarde
155 :	100 ::	2459. 17. — :	x

Yarde 1587

$$\begin{array}{r} \times 5 \\ \hline 245985 \\ 909 \\ 1348 \\ 1085 \\ 000 \end{array}$$

CAMBI

130. Per levare da una data somma il cambio ad un tanto per $^0/_0$, bisogna sempre *moltiplicare la somma per il prezzo del cambio, quindi tagliar due figure ed operare come nella regola del cento.*

Esempi

76. Si ricerca il cambio al $6\frac{1}{4}$ $^0/_0$ sulla somma di Ln. 5722,95 c. R. Ln. 357,68 c.

$$\begin{array}{r} \text{Ln. } 5722{,}95 \\ \times 6\frac{1}{4} \\ \hline 3433770 \\ 143073 \\ \hline \text{Ln. } 357{,}68|43 \end{array}$$

Si poteva anche operare così

	Ln. 5722,95
$\frac{1}{4}$	1430,73
il $\frac{1}{4}$ del $\frac{1}{4}$	357,68

131. Per meglio comprèndere quest' ultimo esempio, eccone alcune istruzioni particolari.

A 1 per $^0/_0$ si tagliano due figure e si dà il $^1/_5$ alle cifre tagliate, oppure $^1/_{10}$ del $^1/_{10}$ — a 2 $^0/_0$ si prende il $^1/_5$ del $^1/_{10}$ — a 4 $^0/_0$ si prende il $^1/_5$ del $^1/_5$ — a 5 $^0/_0$ si prende il $^1/_{20}$ — a 6 $^1/_4$ $^0/_0$ si prende il $^1/_4$ del $^1/_4$ — a 6 $^2/_3$ $^0/_0$ si prende il $^1/_3$ del $^1/_5$ — a 7 $^1/_2$ $^0/_0$ si prendono i $^3/_4$ del $^1/_{10}$ — a 8 $^1/_3$ $^0/_0$ si prende il $^1/_3$ del $^1/_4$ — a 10 $^0/_0$ si prende il $^1/_{10}$ — a 12 $^1/_2$ $^0/_0$ si prende l' $^1/_8$ — a 16 $^2/_3$ $^0/_0$ si prende il $^1/_6$ — a 20 $^0/_0$ si prende il $^1/_5$ — a 25 $^0/_0$ si prende il $^1/_4$.

Altri Esempi

77. Qual sarà il cambio al 4 $^0/_0$ di Ln. 4524,80 cent.?
R. Ln. 180,99 c.

Ln. 4524,80
$\frac{1}{5}$ 904,96
$\frac{1}{5}$ Ln. 180,992 millesimi

78. Si domanda il cambio di fr. 5249,25 al 6 $\frac{2}{3}$ $^0/_0$?
R. fr. 349,95.

fr. 5249,25
$\frac{1}{3}$ 1749,75
$\frac{1}{5}$ Fr. 349,95 c.

79. Qual sarà il cambio di Ducati 5473,75 al 7 $\frac{1}{2}$ $^0/_0$.
R. Ducati 410,53

Ducati 547,3,75 diviso per 10.
$\frac{3}{4}$ 136,843$\times$3
Ducati 410,52|9

80. Qual sarà il cambio di Ln. 3720, al 12 $\frac{1}{2}$ $^0/_0$?
R. Ln. 465.

Ln. 3720
$\frac{1}{8}$ Ln. 465

81. Ln. 5747,75 quanto renderanno in un anno al 16 $\frac{2}{3}$ $^0/_0$? R. Ln. 957,95.

Calcolazioni dei conti correnti con gl'interessi a giorni

132. Per regola generale deve ritenersi, che l'anno *a interesse fruttifero* dividesi in 360 giorni, ovvero in 12 mesi di 30 giorni ciascheduno. Gli sconti che più di frequente si accordano nelle varie operazioni commerciali, sono all'1 per $^0/_0$ al mese; $^3/_4$ per $^0/_0$ al mese, e $^1/_2$ per $^0/_0$ al mese. Quest'ultimo cambio è generalmente quello tollerato e dai Tribunali e dai Negozianti — Ne dimostreremo praticamente alcuni esempi.

Alla ragione dell' 1 *per* $^0/_0$ *al mese* — 1.° M. cede ad N. una cambiale a 37 giorni di scadenza, della somma di Lf. 715. 19. 4 quanto deve dargli di frutto?

È chiaro che noi dovremmo risolvere questo quesito per mezzo d'una Regola del Tre composta di 5 termini dicendo:

Se in 360 giorni L. 100 rendono L. 12, in giorni 37, L. 715. 19. 4 quanto renderanno? E secondo la Regola insegnata a suo luogo, avremo in risposta

Lf. 8. 16. 7. perchè $\frac{12\times37\times715.\ 19.\ 4}{360\times100}$ = L. 8. 16. 7.

133. Ma questa operazione riuscendo troppo lunga e laboriosa, è stato immaginato di semplicizzare il calcolo adoperando invece nel modo seguente.

82. A Lf. 715. 19. 4.
×37. giorni
5005
2145
aggiungo 1 perchè i rotti che seguono le L. 715 superano i 10 soldi.

Numeri 26456
$^1/_3$ L. 8 | 818×20
16 | 360×12   oppure   26456
4 | 320 $^1/_3$ L. 8 | 81.8
$^1/_3$ 16.4

L. 8. 16. 4 frutto di 37 giorni

134. Se noi avessimo disposto il quesito secondo il metodo ordinario, cioè impostando una regola composta di 5 termini, come dicemmo pocanzi, avremmo dato principio all' operazione riducendo la regola stessa in una proporzione semplice, ciò che naturalmente avremmo ottenuto moltiplicando il 1.° col 2.° termine, ed il 4.° coi 5.° e ne sarebbe risultata la proporzione semplice 36.000 : 12 : : 26.490. 15. 4 : al 4.° termine.

Ora per ottenere questo 4.° termine, avremmo, secondo la Regola insegnata, moltiplicato il 3.° termine per il 2.°, o viceversa, e diviso il prodotto per il 1.° È chiaro dunque che nella Regola ridotta si hanno due termini costanti, cioè a dire il 1.° ed il 2.°, e che solamente il 3.° varia col variar delle somme, e dei giorni su cui si calcola il frutto. Si vede pure che il 3.° termine si ottiene semplicemente moltiplicando il numero dei giorni per la somma *Capitale*, e perciò i NUMERI rappresentano il 3.° termine della proporzione che ad ogni capitale si riferisce; per cui questa Regola tanto vale applicata ad ogni singola partita dei NUMERI unendone quindi i risultati, quanto operare soltanto sul totale: e ciò perchè i primi due termini della proporzione sono costanti.

Nel caso nostro avremmo dovuto moltiplicare 26.490. 15. 4 per 12, e quindi dividere il prodotto per 36.000. Ma perchè il 12 divide 3.000 volte il 36.000 abbiamo risparmiato tale operazione, ed invece dividendo i NUMERI per 3.000, se n' è ottenuto lo stesso quoziente, perchè 36.000 : 317.889. 4.— : : 3.000 : 26.490. 15. 4 cioè 8. 16. 7 98|1375 — Ed infatti moltiplicando gli estremi termini l' uno per l' altro, si ha un prodotto eguale alla moltiplicazione dei termini medi, cioè 953.667.600 — Parmi non occorrano altri schiarimenti.

Questa Regola è precisamente quella adottata nelle calcolazioni dei CONTI CORRENTI COGL' INTERESSI A GIORNI.

83. Sciogliendo il sopra esposto quesito, secondo il sistema decimale avremmo operato così:

Ln. oppure Fr. 715,97
×37 Giorni

501179
214791

Numeri 26490|89

1/3 Fr. 8,83|0

Frutto di 37 giorni Fr. o Ln. 8,83. Dunque:

135. 1.° Se l'interesse sarà alla ragione dell' 1 per % al mese, ovvero al 12 per % l'anno, si moltiplicherà il

capitale per i giorni, avendo cura di aggiungere 1 alla somma, se i rotti che seguono il capitale stesso oltrepassassero i 10 soldi. Alla somma si darà il $^1/_3$, si troncheranno tre cifre a destra, e si adoprerà come all'esempio A.

136. 2.° Se l' interesse sarà al $^1/_2$ per $^0/_0$ al mese ovvero al 6 per $^0/_0$ l'anno, si moltiplicherà il capitale per i giorni ec., si darà il $^1/_6$ alla somma, si troncheranno al solito tre cifre a destra, e si adoprerà come all'esemp. B.

B

84. L. 715. 19. 4
×39. Giorni
6435
2145
aggiungo 1
Numeri 27 88 6
$^1/_6$ L. 4|64.7
12.11

L. 4. 12. 11 frutto di 39 giorni del capitale L. 715. 19. 4. al $^1/_2$ per $^0/_0$ il mese, ovvero al 6 per $^0/_0$ l' anno.

Sistema Decimale

Fr. 715,97
×39 Giorni
644373
214791
Numeri 27922|83
$^1/_6$ Fr. 4,65|3

Fr. 4,65 frutto di 39 giorni del capitale Fr. 715,97 al $^1/_2$ per $^0/_0$ il mese, ovvero al 6 per $^0/_0$ l' anno.

137. 3.° Se l'interesse sarà alla ragione di $^3/_4$ per $^0/_0$ il mese, ovvero al 9 per $^0/_0$ l' anno, si moltiplicherà al solito il capitale per i giorni ec., si darà il $^1/_4$ alla somma, si troncheranno le 3 cifre a destra, e si adoprerà come nell' esempio seguente C.

85.C - L. 715. 19 4×36 Giorni
4291
2145
Numeri 25741
$^1/_4$ L.6|43.5
8. 8

Sistema Decimale 36

Fr. 715,97 × 3 × 12
214791
Numeri 25774|92
$^1/_4$ Fr. 6,44|3

L. 6. 8. 8. e Fr. 6,44 frutto di 36 giorni dei capitali L. 715. 19. 4. e Fr. 715,97 alla ragione del 9 per $^0/_0$ l' anno, o $^3/_4$ per $^0/_0$ al mese.

138. 4.° Se l'interesse sarà al 5 $^1/_2$ per $^0/_0$ all' anno, si moltiplicherà al solito il capitale per i giorni ec., si moltiplicheranno i *numeri* per 5 $^1/_2$, si dividerà il prodotto per 36, si troncheranno 3 cifre a destra, e quindi si adoprerà come nel seguente esempio D

86. D — L. 715.19.4 × 42 Gior.

```
 1431
 2860
Numeri 30031 × 5 1/2
 150155
  15015
(3    165170
36 via  55056
(12 L. 4|58.8
      11. 8 frutto di 42 g.
```

Sistema Decimale

```
Fr. 715,97 × 6 × 7  (42)
     4295,82
Numeri 30070,74 × 5 1/2
    150353,70
     15035,37
(3    16538 9,|07
36 via
(12    5512|9
Fr. 4,59 frutto di 42 giorni
```

139. 5:° Volendo poi al 3 $^1/_2$, al 4 e 4 $^1/_2$ per $^0/_0$, oppure con altre frazioni si moltiplicherà sempre il capitale pei giorni ec., si moltiplicherà la somma per il saggio dell' interesse, e si dividerà il prodotto per 3, e per 12, come all' esempio suaccennato.

87. Si ricerca quali saranno gl'interessi delle appresso partite al 6 per $^0/_0$ all' anno, cioè

L. 7633. 6. 8.	30 Maggio	per il	30	Settembre	giorni	121	numeri	923,593
» 4941. 12. —.	» detto	»	21	detto	»	112	»	553,393
» 2796. —. —.	» detto	»	11	Agosto	»	72	»	456,192
» 3540. —. —.	» detto	»	11	detto	»	72	»	
» 1760. —. —.	» detto	»	28	Luglio	»	58	»	102,080
							Numeri	2035,258
							1/6 L.	339 | 20.9
								1/8 4. 1

Interessi al 6 per % L. 339. 4. 1

Sistema Decimale.

Ln.7633,32	30 Maggio	per il	30	Settembre	giorni	121	Numeri	923,631
» 4941,60	» detto	»	21	detto	»	112	»	553,459
» 2796,—	» detto	»	11	Agosto	»	72	»	456,192
» 3540,—	» detto	»	11	detto	»	72	»	
» 1760,—	» detto	»	28	Luglio	»	58	»	102,080
							Numeri	2035,362
							1/6 L.	339,22 | 7

Interessi al 6 per % L. 339,22

88. Che se il cambio fosse stato al 5 $^1/_2$ per $^0/_0$ al 3 $^1/_2$ al 4 $^1/_2$ ec. ec. si sarebbe operato così:

Somma dei Numeri L. 2035,258
×5 $^1/_2$

10176290
1017629

Ripiego di 36 { 3 11193919
via 3731306
12 L. 310|94.2
$^1/_5$ 18. 10

Sistema Decimale

Somma dei Numeri 2035,362
×5 $^1/_2$

10176810
1017681

Ripiego di 36 { 6 11194 49 1
via 1865 74 8
6 310,95|8

Regola per l' aggio d' Oro.

140. L'*Aggio* per le monete d'oro, che a parlar propriamente dovrebbe dirsi *Vantaggio*, venendo da cambio, o barattando moneta peggiore con migliore, sembra esser fissato al 7 $^0/_0$; quindi dovendo ridurre in argento alcune monete d'oro, conviene moltiplicare per 107 e dividere il prodotto per cento.

Esempio.

89. Ln. 5429,85 in Oro
× 107

3800895
542985

Sono d'argento Ln. 5809,93|95

Riprova.

	Argento	Oro	Argento	Oro
	Ln. 107 :	Ln. 100 ::	Ln. 580994 :	x

x = Ln. 5429,85 in Oro.

459
319
1054
910
540
5

Banche, Monete, Pesi, Misure, usi Commerciali ec.

141. **BANCHE.** Vi sono in Toscana alcune Banche. Le azioni sono di Lf. 1000 = Ln. 840. Lo sconto è dal 4 al 5 %.

142. **MONETE.** Con una Legge del 29 Settembre 1859 emanata dal Governo della Toscana, è stato ordinato che i conti debbano tenersi in *Lire nuove* e centesimi, ognuna delle quali corrisponde a Lf. 1. 3. 9. $^5/_7$, vale a dire che 100 Lf. sono = a Ln. 84. Tutte le monete estere hanno corso in Toscana; ma però il loro valore, in conseguenza delle maggiori o minori richieste varia spessissimo.

143. **USI.** Un Decreto ai tempi del Gran-Duca stabilì per le cambiali tratte sulla Toscana gli usi seguenti:

Da Amburgo, Amsterdam, Cadice e Madrid 2 mesi data. Da Bergamo, Napoli, Venezia ec. 20 g. d. Da Bologna e Firenze 3 giorni vista. Dalla Francia 30 g. d. Da Genova 8 g. v. Da Lisbona e Londra 3 m. d. Da Malta, Sicilia, Isole Jonie ec. 1 m. v., o 2 m. d. Da Roma 10 g. v., o 15 g. d. Dalla Svizzera 8. g. v. Dal Levante, Egitto, Turchia 31 g. v.

Non si accordano *giorni di grazia*, perchè qualunque cambiale deve pagarsi il giorno della scadenza, per non essere protestata.

144. **PESI E MISURE.** È adottato il *Sistema Metrico*, del quale daremo un breve cenno in fine di questo compendio.

145. I panni, le telerie ec., si dovranno misurare d'ora innanzi col **METRO** corrispondente a Braccia Toscane 1. 14. 3. = a palmi maltesi 2,26. La Canna di Toscana di B. 4 è = a Metri 2,336. La Canna o Pertica di B. 5 = m. 2,9185.

146. Il *piede di costruzione* è m. 0,5482. — Il *passo* = 3 piedi di costruzione. — Il *Cavezzo è due passi*. — La *Pertica* è 5 piedi di costruzione. (*Vedi le Tavole di riduzione poste innanzi*).

147. Per il tonnellaggio delle navi è adottato il metro, componendosi ogni *Tonnellata* di METRI CUBI 3,40 contenente 20 sacca ognuna di 150 libbre pari a Chilog. 51, e per conseguenza Libbre 3000 = Chilog. 1020.

148. Il *Lasto* di grano è 40 Sacca = Litri 2923, e 20 centilitri, o ettolitri 29, Litri 23, e 2 decilitri. Per ora i noli si calcolano sempre un tanto il sacco, un tanto il Barile, un tanto ogni 100 libbre; ma in seguito tutto sarà calcolato secondo l' aureo nuovo sistema.

Usi e scadenze delle lettere di cambio

tratte da Livorno nelle seguenti Piazze.

149. *Amsterdam* due mesi data. *Amburgo* due m. d. *Ancona* 15 g. v. *Augusta* 15 g. v. *Bergamo* 20 giorni dopo la data. *Cadice* 60 giorni dopo la data. *Carrara* 8 g. v. *Firenze e tutta la Toscana* 3 g. v. *Genova* 8 g. v. *Ginevra* 30 g. d. *Lione:* siccome in questa Piazza vi hanno luogo diverse *fiere,* perciò le cambiali scadute nel corso delle fiere stesse devono pagarsi il giorno della scadenza e si fa anche a 30 g. d. *Lisbona* 3 mesi dopo la data. *Londra* 3 mesi dopo la data. *Madrid* 60 giorni dopo la d. *Marsiglia* 30 giorni dopo la d. *Messina e Palermo* 22 g. dopo l' accettazione. *Milano* 15 g. d. *Napoli* 35 g. dopo la d. *Parigi* 30 g. dopo la d. *Roma* 21 g. v. *Torino* 15 g. v. *Venezia* 5 g. v. *Vienna* 14 g. v. e 3 g. di favore.

Calcolazioni di tratte e rimesse

Rimessa da Livorno per Amburgo.

90. Lire f. 225 = Ln. 189, sono Marchi 100 di Amburgo; Lf. 7594 $\frac{3}{4}$ = Ln. 6379,59, quanti fiorini?

Ln. 189 : M. 100 :: Ln. 6379,59 : M. x

M. B. 3375,44 c.

```
709
142 5
 10 29
    84.0
     8 40
resto 84
```

91. *Tratta da Amburgo per Livorno.*

M. 100 : Ln. 189 :: M. 3375,44 : Ln. x

```
                 3375,44
                    1 89
               ---------
                30378 96
               607579 2
              ----------
In Livorno Ln.   6379,58|16
```

Rimessa da Livorno per Amsterdam.

92. Lf. 254 $\frac{1}{2}$ = Ln. 213,78 sono Fiorini 100 d'Amsterdam; Lf. 8786 $\frac{2}{3}$ = Ln. 7380,80 quanti Fiorni di Amsterdam ?

Ln. 213,78 : F.ni 100 :: Ln. 7380,80 : F.ni x

```
Fiorini 3452,525        7380 80,00
                          967 40
                          112 28 9
                             5 39 90
                             1 12 34.0
                                5 45 00
                                1 17 44
```

93. *Tratta da Amsterdam per Livorno.*

F.ni 100 : Ln. 213,78 :: F.ni 3452,5 25 : Ln. x

```
                     3452,5 25
                       21 3,78
                  -------------
                   276202 00
                  2416767 5 .
                 10357575 . .
                 3452525. . .
                6905050. . . .
               ---------------
In Livorno Ln.  7380,80|79450
```

94. *Rimessa da Livorno per Genova.*

Lf. 120 = Ln. 100,80, sono Ln. 100 in Genova,
Lf. 4575,25 = Ln. 3843,21 quante Ln. in Genova?

Ln. 100,80 : Ln. 100 :: Ln. 3843,21 : Ln. x

L. ital. 3812,70

3843 21,00
819 21
12 81 0
2 73 00
71 40.0
84 0

Qui potevasi abbreviare l' operazione, togliendo 8 decimi per $^0/_0$ dalle Ln. 3843,21, e si sarebbe ottenuto l' intento con una differenza di 0,23.

95. *Tratta da Genova per Livorno.*

L. ital: 100 : Ln. 100,80 :: L. ital: 3812,70 : Ln. x

10 0,8

30 50 160
3812 70

In Livorno Ln. 3843,20|160

96. *Rimessa da Livorno per Augusta.*

Lf. 304. = Ln. 255,36 sono Fiorini 100 in Augusta;
Lf. 5726 $\frac{1}{2}$ = Ln. 4810,26 quanti Fiorini?

Ln. 255,36 : F.ni 100 :: Ln. 4810,26 : F.ni x

F.ni di A. 1883,71|7

4810 2600
2256 66
213 780
9 4920
1 8312.0
436 80
181 440

Tratta da Augusta per Livorno.

97. F.ni 100:Lf. 304:: F.ni 1883,717: Lf. x
304

7534 868
565115 1

In Livorno Lf. 5726,49|968=Ln. 4810,26

Rimessa da Livorno per Ancona.

98. Lf. 640 sono Scudi 100 in Ancona; Lf. 15.748,75 quanti Scudi?

64|0 : Sc. 10|0 :: Lf. 15.748,7|5: Sc. x
8 19685,94
via
8 Scudi 2460,74

Tratta da Ancona per Livorno.

99. Sc. 10|0 : Lf. 64|0 :: Sc. 2460,74 : Ln. x
×8

19685,92×8
Lf. 15748,73|6 × 7
110241,15 2 ×12
In Livorno Ln. 13228,93|824

Regola Pratica

Per la Stagliatura di qualunque Nave.

150. In Toscana la Tonnellata si misura a metri, e metri 3,40 centim. cubi formano una *tonnellata*, la quale contiene Sacca 20, ognuna di 150 libbre = chilog: 51, e per conseguenza libbre 3000 = chilog: 1020.

151. Per trovare adunque il tonnellaggio d'una nave si operi così: (1)

152. Conosciute le tre dimensioni (lunghezza, larghezza, e profondità), si moltiplichino l'una coll'altra. L'ultimo prodotto si divida per il numero costituente la tonnellata di misura, ed il quoziente indicherà precisamente il numero delle tonnellate che si cerca. Una notificazione pubblicata dal Governatore di Livorno sotto data 27 Ottobre 1846 risguardante la Tariffa dei diritti di Navigazione, Sanità, e Porto, ecco come si esprime ai § § II e III.

Stagliatura.

« II. La capacità o portata dei bastimenti, tanto e-
» steri, che nazionali, verrà determinata in tonnellate
» misurandone le dimensioni nel modo seguente.

» *Lunghezza.* Dalla ruota di poppa a quella di prora
» in *coverta.*

» Se trattisi di un bastimento a due ponti si pren-
» da la lunghezza di ciaschedun ponte come sopra, e
» sommando le due lunghezze, e dividendone il pro-
» dotto per metà, si avrà la lunghezza media.

» *Altezza.* Dal di sotto del tavolato della coverta
» alla *chiglia*, senza aver riguardo alla scassa dell'al-
» bero nè ai travicelli della coverta.

» *Larghezza.* Si prende dal *baglio* maggiore, ossia
» dai due bordi interni nel punto della loro maggiore
» distanza.

» Queste tre dimensioni si esprimeranno in metri,
» e frazioni decimali di metro, e quindi moltiplicando

(1) Secondo il sistema Metrico la Tonnellata comprende Chilog: 1000, cioè 10 quintali ognuno di 100 chilogrammi = Libbre Toscane 2491 $^3/_7$.

» l'uno per l'altro tali prodotti se ne dividerà il resul-
» tato pel numero 3,40.

» Il quoziente indicherà il numero delle tonnellate
» del bastimento.

» III. La stagliatura dei bastimenti a vapore si pra-
» ticherà nello stesso modo, ma dal numero di tonnnellate
» che sarà per resultarne si dedurrà il terzo per lo
» spazio occupato dalla macchina, ed accessori ».

Esempio

100. Un bastimento è lungo m. 30, largo m. 10, profondo m. 5,50; quante tonnellate di misura può portare?

$$\frac{30 \times 10 \times 5{,}50}{3{,}40} = \text{Tonnellate } 485{,}29 \text{ circa.}$$

perchè Lunghezza m. 30.
Larghezza » $\times$ 10

Primo prodotto m. quadrati 300
Profondità m. $\times$ 5,50

Secondo prodotto m. cubi 1650,00
Tonnellata m. c. 3,40 m. cubi 1650,00

Tonnellate 485,29 $\frac{7}{17}$
$\times$ 20

Sacca 9705,80
$\times$ 150

Libb. 1.455.870,00

2900
1800
100.0
3200
140

Dunque un bastimento lungo m. 30, largo m. 10, profondo m. 5,50 porterà tonnellate di misura 485,29, ovvero sacca 9705,80 pari a libb: 1.455.870.

153. Che se dalle Tonnellate avessimo voluto co-

noscere immediatamente il resultato secondo la misura metrica, avremmo moltiplicato le tonnellate 485,29 per 1020 chilog. ed avremmo ottenuto chilog: 494.995,8 ectogrammi = quintali 4949,95 chilog. e 8 ectogrammi, o tonnellate metriche 494 e 995 chilogrammi, e 8 ectogrammi, pari a libbre di Toscana 1.455.870.

Vera definizione del Sistema Metrico

154. La Francia conservò fino alla rivoluzione del 1789 gli stessi pesi e misure che adoperavano i differenti stati dei quali essa era composta, e bene spesso alcune denominazioni simili esprimevano misure diverse. La pertica, per esempio, si divideva in 18, 20, e 22 piedi, secondo i differenti paesi; 100 pertiche costituivano l'*Arpento Parigino*, mentre quello del rimanente della Francia era assai diverso; nelle provincie del Mezzodì, la *Libbra* si divideva in 12 once, laddove in quelle del Settentrione pesava 16; l'*Auna di Lione* era di 4 piedi e 4 pollici; quella di Parigi di piedi 3 e 8 pollici, in fine quella di Fiandra corrispondeva precisamente alla metà dell' Auna Parigina, ovvero 1 piede e 10 pollici. Riflettendo alcun poco a tanta diversità di misure, di leggieri ci accorgeremo quanto un tale stato di cose dovesse arrecare immediato nocumento al commercio, sia arrestandone la spedita circolazione, sia favoreggiando la frode, sia diffondendo confusione e disordine nelle moltiplici contrattazioni attenenti a compra, vendita, permuta, o comechesia ad ogni transazione commerciale.

155. Fino dal 1328 si era fatto sentire il bisogno di rimediare a tanto disordine, e Filippo VI detto *di Valois* fu il primo a prendere la cosa in certa considerazione; ma veramente non fu che presso la fine del 1400 che

Luigi XI fece risorgere l'idea di stabilire nel regno una unità di pesi e misure, benchè poi fosse astretto abbandonarla per ragioni che non è qui d'uopo esporre, non rinascendo che sotto il regno di Luigi XVI, epoca in che fu proposto creare un' unità di pesi e misure il cui modello, preso nelle dimensioni del nostro Globo dovesse riuscire invariabilissimo al pari del Globo stesso. Tal quistione, troppo bella e di troppo alta importanza, per non congiungersi da quel momento a qualche interesse non fu però che occupazione di lieve momento, e, ci si condoni la espressione, venne trattata assai mollemente. Essa fu nondimeno con molta energia adottata dalla convenzione, la quale ordinò che immediatamente si facessero gli studi in proposito. Che perciò, noi, all' oggetto di dare una chiara e precisa spiegazione del modo con cui si procedette, sentiamo l'obbligo, ciò facendo, dipartirci da un punto molto alto, non che da epoca a noi lontana.

156. Non tosto si fu certi che la Terra era di forma sferoidale, si potè pervenire a costatarne la dimensione col mezzo di ricerche sottilissime, e di lavori giganteschi; indi si suppose la circonferenza del nostro pianeta divisa in 360 parti eguali o *gradi*; e le stelle essendo fisse, la circonferenza della volta stellata divenne pur essa suscettibile della stessa divisione in 360 parti esattissimamente proporzionali a quelle della Terra, e perfettamente in rapporto con esse. Ma non fu che alla metà del 1600, che il famoso astronomo Giovanni Piccard diede la prima misura di un grado del Meridiano terrestre, per determinare il Meridiano di Parigi, la qual misura stabilita s' ebbe allora la certezza, che per esempio quando la *Stella polare*, quella cioè che dal suo posto ci addita per approssimazione ove resti il Polo artico, si alza o si abbassa di $\frac{1}{360}$ del Meridiano

celeste secondo il cammino progressivo o retrogrado dell' osservatore, questi si accorge essersi avvicinato o allontanato dal Polo $\frac{1}{360}$ della circonferenza del Globo, che è quanto dire *un grado terrestre*. Misurando quindi con una tesa lo spazio percorso, si troverà corrispondere a tese 57.012, o miglia geografiche 60, corrispondenti a 25 leghe di Francia, a 60 miglia italiane, ed a 67 miglia $\frac{1}{3}$ di Toscana, pari a chilometri 111 $\frac{1}{9}$. E siccome una lega di Francia si compone di tese 2280, ne nasce che i 360 gradi di 25 leghe sono eguali a leghe 9000, o chilometri 40000, o miglia italiane o geografiche 21600, ognuna di 1000 passi geometrici. Fu dunque in questo modo che si costatò la estensione della intera circonferenza terrestre. E poichè le dimensioni da noi addotte possono riguardarsi come assolute, essendo pressochè improbabile che la Terra cangi mai il suo aspetto sferico, è stato immaginato prendere su quelle il tipo fondamentale d' una misura per darle in tal guisa una base fissa, determinata, immutabile. Ciò, per così esprimerci, era un affrancare ai cieli l' archetipo o il modello delle nuove unità, rendere impossibile ogni discussione, e facilitare in tal guisa la intelligenza di nostra vita attiva ai posteri, perciocchè, anche ammettendo che tutti i diversi sistemi che sono rappresentati nel mondo, venissero da un qualsivoglia accidente distrutti, basterebbe il trovare nei libri il processo col quale quello si ottenne, per quindi immediatamente ricostruirlo. Coloro che hanno studiato e studiano la storia degli antichi popoli sanno per prova quanto la moltiplicità delle misure e dei pesi diversi ed arbitrari, ne rendono bene spesso oscurissima la lettura e la intelligenza per conseguente. Ora dunque questo maraviglioso modello, questo tipo ricco

di tanti vantaggi, è la *quarantamilionesima* parte della circonferenza totale del Globo, la *diecimilionesima* parte del quarto del Meridiano terrestre, il METRO, misura per eccellenza, divenuta unità sovrana, corrispondente a piedi 3 e 11 linee $\frac{1}{2}$ dell' antica misura, ed a Braccia di Toscana 1, Soldi 14, e circa 3 denari; e perchè essa misura divenisse stipite d'ogni altra possibile dalla più grande alla più piccola, bastò prenderne le suddivisioni ed i multipli decimali. A questa operazione fondamentale ne fu aggiunta un'altra non meno feconda ed ammirabile, la quale consiste a ricondurne al sistema decimale, o alla divisione di dieci in dieci, l' insieme di tutti i pesi e misure, il qual sistema è quello che ci rende facili e brevi i più lunghi calcoli per guisa, che le più limitate intelligenze, e le meno esperte ai concepimenti, possono comprenderli non solo, ma ben anche praticarli.

157. Anche le monete sono state sottoposte all'unità del sistema decimale o metrico, e dalla moneta d'oro di 40 fr. = 40 Lire Italiane fino alla moneta di rame di 5 centesimi, tutte sono state divise per 10, ad eccezione del *centesimo*, il quale solo ha un divisore ideale che è il *millesimo*.

158. Inoltre fu poi convenuto che per la progressione ascendente si adotterebbero certe parole greche da preporsi alla parola *metro*, esprimenti *dieci* (deca), *cento*, (etto), *mille*, (chilo), e *diecimila*, (miria), e per la progressione discendente certe altre parole latine esprimenti gli stessi termini, cioè *dieci*, (decima parte), *centi* (centesima parte) *milli*, (millesima parte) ec. Laonde, nello applicare al *metro* la legge di progressione decupla se ne ottiene:

il *Decàmetro* . . . . 10 Metri
l' *Ettòmetro* . . . . 100 Metri
il Chilòmetro . . . . 1.000 Metri
il Miriàmetro . . . . 10.000 Metri

Viceversa nel dividere per 10 al disotto dell'unità principale, si ha:

il Decìmetro. . . . . 10ª parte del *metro*.
il Centimetro . . . . . . 100ª parte del metro.
il Millimetro. . . . . . . 1.000ª parte del metro.
il Decimillimetro . . . . 10.000ª parte del metro.

Così fu compiutamente provveduto al mezzo di determinare le misure lineari di tutte le lunghezze immaginabili.

159. Tracciando poi un quadrato di cui ogni lato fosse un metro, fu stabilito il *Centiaro*, che, centuplicato, produsse l' *Aro* unità di superficie.

l' Aro, o Ara . . . . 100 metri quadrati.
il Dècaro . . . . 1.000 metri quadrati.
l' Ectaro . . . . 10.000 metri quadrati.

160. Il Metro servì pure a formare in modo infallibilissimo le misure di capacità, e di pesi. Per quelle di capacità, sia di liquidi, sia di materie aride, si preparò un cubo di legno o di metallo, della forma di un dado da giuoco, con un decimetro per ogni lato, ed in tal guisa si ebbe il *Decìmetro cubo* per unità, cui si dette nome *Litro*, e che seguendo la progressione si ha:

il Decàlitro. . . . . 10 Litri
l' Ettòlitro . . . . 100 Litri
il Chilòlitro. . . . . 1.000 Litri

e per divisione

il Decilitro. . . . . 10ª parte del Litro
il Centilitro . . . . 100ª parte del Litro
il Millilitro . . . . 1.000ª parte del Litro

161. Che però osservando queste cose con giusto criterio, non può farsi a meno di ammirarle come maravigliose, e sentirsi ad un tempo compresi da stupore, e mossi da venerazione verso quei sommi ingegni, i quali dopo essersi elevati alle più alte regioni della scienza, non isdegnarono scendere fino ai più piccoli dettagli. Ed in fatti, non appena fissate le diverse misure, e dedottine i multipli e summultipli, pensarono per infino a sostituire la forma cilindrica alla cubica, che risultò da principio nella formazione delle misure di capacità, affinchè fosse di un uso più esatto, e d'una convenzione più facile. Di più questa stessa forma cilindrica fu slungata per i liquidi all'oggetto di renderne il travaso più facile ed esatto, e fu depressa nella sua altezza per le materie aride affinchè più facilmente venissero versate.

162. Circa i pesi poi, si adoperò pressochè nella guisa stessa che per i liquidi.

Si riempì d'acqua distillata alla temperatura di 4 gradi e 44 cent. del Termometro centigrado, cioè sopra il ghiaccio che si fonde o disgela, un vaso d'un decimetro cubo, e si convenne che il peso di quest'acqua rappresentasse un *Chilogrammo*, di cui la millesima parte forma il *Grammo* adottato come unità fondamentale di peso. Perciò si stabilirono :

il Miliare 1000 Chilog. peso di tonnellata di mare.
il Quintale 100 Chilogrammi.

Indi : l'Ectogrammo 10° del Chilog.
il Decagrammo 100° del Chilog.
il Decigrammo 1000° del Chilog.

163. Anche per quei corpi detti solidi, come sarebbero le legna da ardere, fu stabilita una misura.

Uno *Stero* (solido) fece un metro cubo, cioè a dire, una quantità di legna che ha un metro di lunghezza, uno di larghezza, ed uno di profondità.

Un *Decastero* fece 10 metri cubici, o dieci volte questa quantità, e finalmente un *Decistero* fece la decima parte d' un metro cubo.

164. Queste unità sussidiarie sono dunque nel Nuovo Sistema, oltre il metro, la unità fondamentale che serve a tutto che si misuri in lunghezza soltanto; l' *Aro*, per estimare la estensione dei terreni in lunghezza e larghezza; il *Litro* per il peso dei liquidi; il *Grammo* per il peso dei solidi, in fine lo *Stero* per determinare i volumi in tutti i sensi.

165. Come dicemmo anche le monete dipendono dal sistema metrico. In fatti le monete da 5 Ln. pesano 25 grammi; quattro di queste monete pesano un *ettogrammo;* 100 Ln. pesano $^1/_2$ chilogrammo; 200 Ln. pesano un chilogrammo; una Ln. pesa 5 grammi. Sul peso e sul titolo delle monete da 5 Ln. si tollera una variazione di 0,003 in più o in meno. Il chilogrammo di argento puro vale circa 222 Ln.

Le monete di 5 Ln. hanno la larghezza diametrale di 37 millimetri, per cui 27 di queste monete poste in linea retta sopra un medesimo piano, l' una accanto all' altra danno la lunghezza del metro; 8 delle stesse monete disposte nella medesima maniera formano presso a poco la lunghezza di 3 decimetri.

Le monete di 20 Ln. pesano grammi 6,45161 centomillig.; quelle di 40 pesano il doppio. Così 155 monete da 20 Ln. pesano un chilog., e vagliono 3100 Lire italiane. — 34 monete da 20 Ln. e 11 da 40 Ln. poste l'una accanto all'altra come dicemmo delle monete

da 5 Ln., formano la lunghezza del metro. Il Chilogrammo d' oro puro vale circa 3444 Lire italiane. Il valore dell' oro monetato, è presso a poco 15 volte e mezzo quello dell' argento.

166. E questo fu tutto il lavoro che precisamente nel dì 7 Aprile 1795 la Francia decretò doversi adottare, lavoro in vero che fa maravigliare, tanto per la sua semplicità che per la sua giustezza, ragione onde quel governo sollecitamente fece dare al nuovo archetipo ogni possibile estensione.

167. Fu perciò il METRO inciso su lastre di marmo applicate sui muri di tutti i pubblici monumenti, affinchè ognuno fosse in grado di avere un perpetuo mezzo di verificazione. Eppure, le vecchie abitudini hanno tanto potere sugli uomini, che non ostante i vantaggi, la semplicità, e la perfezione di così aureo sistema, questo, in Francia e in Piemonte, non è peranco adottato in tutte le sue parti che legalmente, e forse il *Chilogrammo* conserverà sempre il nome di *Libbra*, come 120 *centimetri* quello di *Auna*. Tuttavia, a malgrado le grandi difficoltà che sempre s' incontrano nel far accettare alle grandi masse qualunque cosa che differisca anche di poco dalle vecchie consuetudini, (come evidentemente lo dimostra l' avversione incontrata dal celebre Beniamino Franklin, quando volle mostrare l'immenso vantaggio che poteva trarsi dallo spargere gesso sui prati artificiali), pure, la colta Toscana fino dal dì 29 Settembre 1859 mercè la solerzia di quei generosi che sono al timone della cosa pubblica, adottando un sistema così ammirabile, che costò immense lucubrazioni a tanti dotti, non solo non incontrava una sola delle accennate difficoltà, ma riportava anzi la generale approvazione di tutti gli uomini sensati. E questo è davvero un gran passo verso l' utopia sublime della fratellevole

comunanza, che fonda il vivere civile sulle basi d' un amore reciproco, siccome la morale cristiana compitamente ne esprime lo spirito con magnifici colori.

Quando l' anima s'immerge e nuota con rapimento in queste belle visioni lontane, ella non sogna che il giorno in cui l' umanità tutta intiera non formando che una grande famiglia, rammenterà esser pure stata questa grand' opera della industria umana, agente potentissimo a guidarla a questo scopo eccelso, ultimo fine d' ogni bene sociale. E in fatti, qual bene maggiore che quello di comprendere nelle proprie affezioni, la famiglia, i congiunti, gli amici, i cittadini, la Patria, e tutto il genere umano? . . . .

F I N E.

TAVOLA

delle materie contenute in questo volume